

DENISE JETON CARDOSO

Avaliação da Influência dos Fatores Sítio, Idade,
Densidade e Posição Sociológica na Relação
Hipsométrica para *Pinus taeda* nas Regiões
Central e Sudoeste do Estado do Paraná

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial a obtenção do grau de Mestre.

CURITIBA

1989

SUMARIO

	pág.
LISTA DE TABELAS	v
LISTA DE FIGURAS	viii
1 <u>INTRODUÇÃO</u>	1
1.1 OBJETIVOS	2
2 <u>REVISÃO DA LITERATURA</u>	3
2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS	3
2.2 MODELOS QUE DEFINEM A RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA E FATORES QUE PODEM INFLUENCIÁ-LA	3
2.3 NÚMERO DE ÁRVORES NECESSÁRIO PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA CURVA DE ALTURA	9
2.4 CLASSIFICAÇÃO DE SÍTIO CONSIDERANDO O CRESCIMENTO EM ALTURA	11
2.5 MEDIDAS PARA CLASSIFICAÇÃO DE DENSIDADE	13
2.6 COMPARAÇÃO DAS LINHAS DE REGRESSÃO	15
2.7 EQUAÇÕES GENÉRICAS	16
3 <u>MATERIAL E MÉTODOS</u>	21
3.1 MATERIAL	21
3.1.1 Generalidades sobre a espécie em estudo	21
3.1.2 Origem das informações	22
3.1.3 Características da área em estudo	23
3.1.3.1 Clima	23
3.1.3.2 Relevo e altitude	23
3.1.3.3 Tipo de vegetação natural	23
3.1.4 Tamanho das parcelas e informações coletadas....	24

	pág.
3.1.5 Processamento	24
3.1.6 Classificação das parcelas	24
3.2 MÉTODOS	25
3.2.1 Ajuste de um modelo matemático linear	25
3.2.1.1 Método dos mínimos quadrados	25
3.2.2 Escolha do melhor modelo	27
3.2.2.1 Erro padrão da estimativa (syx)	28
3.2.2.2 Coeficiente de determinação (R^2)	28
3.2.2.3 Análise de variância (teste F)	29
3.2.2.4 Teste t parcial	30
3.2.2.5 Teste de acuracidade	31
3.2.2.6 Análise gráfica dos resíduos	31
3.2.2.7 Comparação entre linhas de regressão	32
3.2.3 Comparação de médias para relação h/d	32
3.2.3.1 Teste de Bartlett	33
3.2.3.2 Teste de Duncan para comparações múltiplas.	34
3.2.4 Análise do fator idade	35
3.2.4.1 Modelos de relação hipsométrica	36
3.2.5 Análise do fator sítio	37
3.2.6 Análise do fator densidade	37
3.2.7 Análise do fator posição sociológica	39
3.2.8 Análise da precisão de curvas de altura para di- ferentes tamanhos de amostra	40
3.2.9 Equações genéricas	42
3.2.9.1 Definição das classes de DAP	43
4 <u>RESULTADOS E DISCUSSÃO</u>	44
4.1 ANÁLISE PARA O FATOR IDADE	44

	pág.
4.1.1 Inclusão da altura dominante nos modelos hipso- métricos	50
4.1.2 Comparação entre linhas de regressão	51
4.1.3 Comparação de médias da relação h/d	61
4.2 ANÁLISE PARA O FATOR SÍTIO	62
4.2.1 Estabelecimento das classes de sítio	62
4.2.2 Ajuste dos modelos	63
4.2.3 Comparação entre linhas de regressão	69
4.2.4 Comparação entre médias de relação h/d	69
4.3 ANÁLISE PARA O FATOR DENSIDADE	79
4.4 ANÁLISE PARA O FATOR POSIÇÃO SOCIOLÓGICA	80
4.4.1 Estabelecimento das classes sociológicas	80
4.4.2 Ajuste das equações	86
4.4.3 Comparação entre classes sociológicas	87
4.5 ANÁLISE DA PRECISÃO DE CURVAS DE ALTURA PARA DIFEREN- TES TAMANHOS DE AMOSTRA	91
4.6 EQUAÇÕES GENÉRICAS	93
5 <u>CONCLUSÕES</u>	97
RESUMO	100
SUMMARY	101
6 <u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	102
ANEXO - RESÍDUOS E DISTRIBUIÇÃO DE PONTOS	107

LISTA DE TABELAS

	pág.
1 Número de parcelas em cada idade	25
2 Análise de variância	29
3 Limites das classes de qualidade	38
4 Estabelecimento das classes sociológicas	40
5 Número de observações testadas em cada regressão e o respectivo número de árvores por classe	41
6 Estimadores de ajuste, precisão e acuracidade para cada idade	45
7 Estimadores de ajuste e precisão para os modelos com razão por haom	52
8 Análise de covariância para as idades 4 e 5 anos (mo- delo: $h/haom = b_0 + b_1 \ln d$)	55
9 Resultados da análise de covariância para testar a idade, aplicando o modelo: $h/haom = b_0 + b_1 \ln d$	55
10 Grupos de idade obtidos segundo a análise de cova- riância	57
11 Resultados das regressões para os grupos de idade	60
12 Resultados das regressões para todo o conjunto de da- dos	61
13 Resumo dos resultados para comparação de médias de valores h/d	62
14 Número de parcelas por grupo de idade e classe de sí- tio	63

	pag.
15 Estimadores de ajuste e precisão por classe de idade e de sítio	64
16 Modelos escolhidos por classe de idade para proceder a análise do sítio	68
17 Resultados da análise de covariância para o fator sítio	70
18 Diâmetro, relação h/d, média e variância para os três grupos de sítio na classe de idade 5-6 anos	75
19 Resultado da comparação entre médias da relação h/d por classe de idade e entre sítios	77
20 Resultado da comparação entre médias da relação h/d para a classe de sítio I, entre classes de idade ..	78
21 Resultado da comparação entre médias da relação h/d para a classe de sítio II, entre classes de idade ..	78
22 Resultado da comparação entre médias da relação h/d para a classe de sítio III, entre classes de idade ..	79
23 Número de parcelas por classe de idade e de número de árvores por hectare	80
24 Estimadores de ajuste e precisão por classe de idade e de densidade	81
25 Coeficientes b_0 e b_1 para o modelo $3(\ln h = b_0 + b_1 \ln d)$ nas três classes de densidade e de idade	82
26 Resultado da análise de covariância para a análise do fator densidade	82
27 Limites de classes diamétricas e respectivas frequências para o grupo de idade 7-8 anos e classe de sítio II	86

	pág.
28 Limites de classes diamétricas e respectivas frequências para o grupo de idade 20 anos e classe sítio II .	86
29 Junção de classes diamétricas dos dois grupos de idade para análise do fator posição sociológica	87
30 Estimadores de ajuste e precisão por classe diamétrica para as classes de idade 7-8 e 20 anos	88
31 Coeficientes b_0 e b_1 para o modelo 1 ($h=b_0+b_1 \ln d$) nas três classes diamétricas da classe de idade 7-8 anos .	89
32 Resultados da comparação entre médias de valores h/d para as três classes diamétricas da classe de idade 7-8 anos	89
33 Estimadores de ajuste e precisão com diferentes números de pontos amostrais para a classe de idade 7-8 anos, sítio II	92
34 Coeficientes para o modelo 3 ($\ln h = b_0 + b_1 \ln d$) para os diferentes números de pontos amostrais	93
35 Estimadores de ajuste e precisão para as equações genéricas testadas	96

LISTA DE FIGURAS

	pág.
1 Curvas de altura de duas espécies, considerando a posição sociológica das árvores no povoamento	8
2 Curvas de altura de povoamentos de <i>Pinus sylvestris</i> com idades crescentes (linhas cheias) e desenvolvimento da curva de altura de uma classe normal de manejo (linha tracejada)	9
3 Divisão do Estado do Paraná em microrregiões administrativas e macrorregiões de trabalho.	22
4 Comportamento das linhas médias para algumas classes de idade, obtidas com o modelo 10	58
5 Linhas de regressão para a idade 4 anos com o modelo (10) (uma para cada altura dominante - linhas cheias) e com o modelo (1) (linha tracejada)	59
6 Comportamento das linhas de regressão por classe de sítio para a idade 4 anos	71
7 Comportamento das linhas de regressão por classe de sítio para o grupo de idade 12-13 anos	72
8 Comportamento das linhas de regressão por classe de sítio para o grupo de idade 16-17 anos	73
9 Comportamento das linhas de regressão por classe de sítio para a idade 20 anos	74
10 Comportamento das linhas de regressão por classe de densidade para a idade 4 anos	83

	pág.
11 Comportamento das linhas de regressão por classe de densidade para o grupo de idade 5-6 anos	84
12 Comportamento das linhas de regressão por classe de densidade para o grupo de idade 7-8 anos	85
13 Comportamento das linhas de regressão por classe diamétrica para o grupo de idade 7-8 anos, classe de sítio II	90
14 Tendência do erro padrão da estimativa relativo para os diferentes números de pontos amostrais testados ...	94
15 Tendência do erro padrão da estimativa absoluto para os diferentes números de pontos amostrais testados ...	95

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

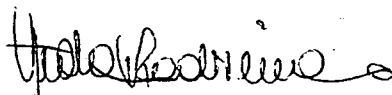
P A R E C E R

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado apresentada pela candidata DENISE JETON CARDOSO, sob o título "AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DOS FATORES SÍTIO, IDADE, DENSIDADE E POSIÇÃO SOCIOLOGICA NA RELAÇÃO HIPSSOMÉTRICA PARA *Pinus taeda* NAS REGIÕES CENTRAL E SUDOESTE DO ESTADO DO PARANÁ" para obtenção do grau de Mestre em Ciências Florestais - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná. Área de concentração em MANEJO FLORESTAL, após haver analisado o referido trabalho e arguido a candidata, são de parecer pela "APROVAÇÃO" da Dissertação completando assim os requisitos necessários para receber o grau e o Diploma de Mestre em Ciências Florestais.

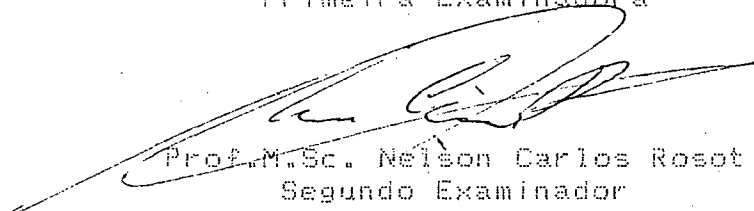
Observação:

O critério de aprovação da Dissertação e Defesa da mesma a partir de novembro de 1980 é apenas, APROVADA ou NÃO APROVADA.

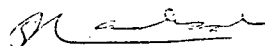
Curitiba, 18 de dezembro de 1989



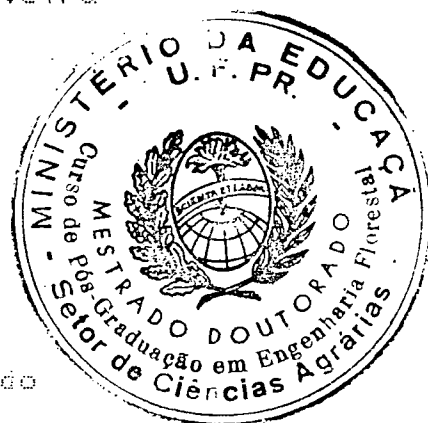
Profa. M.Sc. Yeda Maria Malheiros de Oliveira
Primeira Examinadora



Prof. M.Sc. Nelson Carlos Rosot
Segundo Examinador



Prof. Ph.D. Sebastião do Amaral Machado
Presidente da Banca



DEDICO
ÀQUELES QUE SEMPRE ESTIVERAM COMIGO ATÉ AQUI

MINHA MÃE

MEU PAI

MINHA IRMÃ

AGRADECIMENTOS

Ao professor Sebastião Amaral Machado, pela orientação, sempre com sugestões enriquecedoras que muito contribuíram para este trabalho.

Aos professores Nelson Carlos Rosot e Dartagnan Baggio Emerenciano pelo acompanhamento, bem como pelas boas sugestões e também por possibilitarem a coleta complementar dos dados.

Ao professor Henrique Soares Koehler, pela ajuda no processamento dos dados, pelo apoio nas horas difíceis e sobretudo pela demonstração de confiança.

A colega Maria Augusta Doetzer Rosot, pela troca de experiências no convívio diário, pela ajuda na coleta complementar dos dados e enfim pela amizade.

Ao colega de curso José Roberto Scolforo, pela atenção nos momentos de dúvida que me possibilitaram aprender muito.

Ao professor Flávio Felipe Kirchner, pelas sugestões muito valiosas nas análises de regressão.

Aos demais professores do Departamento de Silvicultura e Manejo e aos demais colegas que direta ou indiretamente tiveram a sua participação na conclusão deste curso.

Ao Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal, pela oportunidade de fazer parte do seu corpo docente, bem como aos seus funcionários pela boa convivência.

Ao CNPQ, pelo apoio financeiro.

Ao IBDF, pelo empréstimo dos dados coletados durante o Inventário Nacional em 1980.

As secretárias do Departamento de Silvicultura e Manejo e aos funcionários da FUPEF, pelo tratamento sempre atencioso e cordial.

As funcionárias da Biblioteca do Setor de Ciências Agrárias, pelo bom atendimento durante todo o curso, e em especial quanto as normas técnicas para a redação deste trabalho.

1 INTRODUÇÃO

Com a crescente utilização de madeira produzida em florestas plantadas, é também crescente a necessidade de se aperfeiçoar métodos que permitam quantificar o estoque existente num determinado povoamento florestal, de maneira precisa, porém visando baixo custo.

Em inventários florestais, tem-se quase sempre como objetivo principal a obtenção de estimativas de volume, sendo para isso muito utilizadas as equações de volume, que são ajustadas em função do DAP e da altura. A obtenção destas duas variáveis é, portanto, operação das mais importantes.

O DAP é uma variável relativamente rápida e precisa de se medir, enquanto a medição da altura, embora também forneça resultados precisos, constitui-se numa tarefa dispendiosa devido ao tempo gasto. Assim, tem sido muito frequente o uso das equações hipsométricas, que são ajustadas usando algumas medições de altura da parcela e os respectivos DAPs, tornando-se um método mais econômico e muitas vezes de resultados tão precisos quanto os obtidos da medição de todas as alturas de uma parcela.

Porém, o que ainda não está muito definido é o número de medições de altura a ser coletado para gerar uma curva de altura em função do diâmetro, que permita estimativas a um certo nível de precisão, obrigando o técnico ou pesquisador, muitas vezes a

proceder nova coleta de dados. Em geral, o que se aplica sobre este assunto baseia-se em estudos feitos em outros países.

Muitas pesquisas foram desenvolvidas sobre os modelos matemáticos que podem adequar-se a relação hipsométrica e surge também, a preocupação quanto a utilização ampla desses modelos considerando-se fatores importantes como: posição sociológica, sítio, densidade e idade. Diante da avaliação da influência de tais fatores, deve ser estudada a viabilidade da aplicação de uma equação genérica, que permita estimativas para um conjunto de dados originados de povoamentos com características diferentes (sítios, idades ou densidades diferentes). Dessa forma, os custos de processamento dos dados com certeza diminuiriam muito, pois seria eliminado o trabalho de ajuste e seleção de equações mais adequadas para cada parcela ou povoamento.

Acredita-se portanto, ser este estudo de grande importância, já que visa obter informações mais definidas para o uso correto da relação hipsométrica em florestas plantadas.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho visa alcançar os seguintes objetivos:

- Avaliar a influência dos fatores sítio, idade, densidade e posição sociológica na relação hipsométrica para *Pinus taeda* nas regiões central e sudoeste do Estado do Paraná.
- Analisar o ajuste de uma equação genérica englobando um conjunto de dados de diferentes povoamentos.
- Testar o número ideal de medições de altura a serem coletadas para o ajuste de uma curva de altura em função do diâmetro, para os dados analisados, considerando a precisão.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

HUSCH *et alli*²¹ consideram que se duas variáveis estão correlacionadas com uma variável comum, estão também correlacionadas entre si. Já que a altura e o diâmetro da árvore estão correlacionados com a idade, a altura está correlacionada ao diâmetro.

Segundo LOETSCH *et alli*²⁴, em povoamentos florestais a curva de altura em função do diâmetro representa o estado atual com respeito a relação entre estas duas variáveis, na época em que foi feito o inventário.

Sobre este aspecto, SPURR³² ao considerar que a relação altura-diâmetro no presente não será necessariamente a mesma no futuro, para as mesmas árvores, acrescenta que essa diferença pode ter pouca importância para grandes áreas ou para florestas multiâneas. Já em povoamentos equiâneos ou áreas pequenas, o uso da mesma curva em diferentes ocasiões pode resultar em erros consideráveis, conduzindo a 40 % ou mais de erro na estimativa do incremento em volume.

2.2 MODELOS QUE DEFINEM A RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA E FATORES QUE PODEM INFLUENCIÁ-LA

BRUCHWALD⁴, analisando 3578 árvores de seis povoamentos de "scots pine" (*Pinus sylvestris*) na Polônia concluiu que a relação entre altura e diâmetro era expressa por uma parábola de

segunda ordem.

Alguns anos mais tarde, BRUCHWALD & RYMER-DUDZINSKA⁸, testando novamente equações hipsométricas para a mesma espécie, preferiram uma função hiperbólica.

DIMITROV & VICHEV¹⁵ testaram modelos também para relação hipsométrica em povoamentos de *Pinus sylvestris* e consideraram mais adequado o seguinte modelo:

$$\log h = b_0 + b_1 \cdot 1/d \quad \text{CURTIS}$$

CAO² também obteve resultados satisfatórios com esta equação para *Pinus taeda*.

TROREY³⁴ afirma que a equação:

$$h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

fornece uma boa representação da relação altura-diâmetro.

Segundo HENRICKSEN²⁰, a relação entre a altura e o logaritmo do DAP deve ser aproximadamente linear e pode ser representada pela equação:

$$h = b_0 + b_1 \log d$$

A relação foi testada para "Norway spruce" e "Beech" (*Picea abies* e *Fagus* sp) e para ambas as espécies o coeficiente de inclinação (b_1) parece aumentar com o aumento da altura no povoamento, enquanto o coeficiente de intersecção (b_0) permanece mais ou menos constante durante o desenvolvimento do povoamento.

HUSCH *et alli*²¹ citam as seguintes equações para descrever a relação hipsométrica:

$$h = 4,5 + b_1 d + b_2 d^2 \quad \text{TROREY, 1932}$$

$$h = 4,5 + h (1 - e^{b_1 \cdot d}) \quad \text{MEYER, 1940}$$

$$\log h = b_0 + b_1 \log d \quad \text{STOFFELLS e VAN SOEST, 1953}$$

$$h = b_0 + b_1 \log d \quad \text{HENRICKSEN, 1950}$$

Os autores referem-se em especial a equação parabólica

$$h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

que pode ser usada para descrever a relação hipsométrica em muitos povoamentos. Porém, quando se deseja usar uma função matemática que descreva a relação hipsométrica para povoamento específico deve-se fazer testes para chegar a função mais aplicável.

PRODAN*1 citado por LOETSCH *et alli*²⁴ propôs a função hiperbólica:

$$h - 1,3 = \frac{d^2}{(b_0 + b_1 d + b_2 d^2)}$$

e afirma ser esta função especialmente apropriada para povoamentos multiâneos.

MACHADO & ALBERTIN²⁶ concluíram que para todo o bosque secundário bem como para as espécies estudadas, as equações quadráticas ou parabólicas do tipo

$$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$$

e a exponencial do tipo

$$y = b_0 x^{b_1}$$

apresentam praticamente os mesmos resultados para a relação hipsométrica com um bom ajuste.

SCHMIDT²⁷ ao testar modelos para relação hipsométrica em povoamentos de *Pinus taeda*, com idades de 4 a 11 anos no município de Guarapuava, Paraná concluiu que o modelo de melhor ajuste foi o de STOFFELLS e além deste, poderiam ser usados os modelos de CURTIS e HENRICKSEN. O autor verificou também que de maneira geral, os modelos logarítmicos e exponencial apresentaram melhores resultados do que os não logarítmicos.

COUTO¹² ao testar modelos de equações de volume e

*1 PRODAN, M. Zuwachs und Ertragsuntersuchungen im Plenterwald. Thesis, Univ. Freiburg i , Br., 1944.

relações hipsométricas para *Eucalyptus spp* no Estado de São Paulo trabalhou com uma estratificação que considerou os seguintes fatores: características do sítio (solo, clima, declividade), espécie, idade, ciclo e rotação. O autor observou para a maioria dos estratos que os modelos de relação hipsométrica exponenciais e semi-logarítmicos foram os melhores, o que segundo ele é explicado pelo fato de que acima de um determinado DAP, os valores de altura mudam pouco atingindo uma assíntota, que é função do índice de sítio.

No inventário nacional das florestas plantadas no Paraná e Santa Catarina (IBDF²²) os modelos hipsométricos ajustados foram os seguintes:

$$h = b_0 + b_1 d^2$$

$$h = b_0 + b_1 \log d$$

$$\log h = b_0 + b_1 \log d$$

$$\log h = b_0 + b_1 / d$$

$$h = b_0 + b_1 / d^2$$

$$\log h = b_0 + b_1 / d^2$$

$$h = b_0 + b_1 / d$$

$$h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

ANUCHIN¹ cita o modelo de HENRICKSEN ao mostrar um dos procedimentos de determinação da altura média de um povoamento e CLIFFORD¹⁰ considerou este modelo como o mais adequado para representar a relação entre altura e diâmetro em povoamentos equiâneos de *Pinus ponderosa* e *Pinus contorta*.

CLIFFORD¹⁰ afirma ainda que a forma da relação não é mudada pela variação no tamanho da árvore ou densidade do povoamento. O modelo aplica-se tanto para povoamentos densos em que o crescimento em altura é reduzido como para povoamentos

vigorosos onde já ocorreram sucessivos cortes.

Aliás, sobre este aspecto, SPURR³² comenta que o crescimento em altura parece pouco afetado pela variação de densidade em florestas manejadas e em povoamentos naturais de densidade moderada.

CLUTTER *et alli*¹¹ também defendem esta afirmativa e acrescentam que o crescimento em altura não parece ser afetado pela densidade, especialmente quando a comparação é restrita a árvores dominantes e co-dominantes.

Os autores referem-se ainda a experimentos de espaçamento que mostraram que a altura média das árvores dominantes e co-dominantes era a mesma para densidades diferentes, enquanto o diâmetro médio em povoamentos mais densos era inferior ao de povoamentos menos densos.

BURKHART & STRUB*2 citados por SCHMIDT²⁷ num estudo de simulação para povoamentos de *Pinus taeda*, concluíram que o modelo citado por CURTIS define bem a relação hipsométrica e verificaram que a intersecção é expressa em função da idade do povoamento e da altura dominante e que o coeficiente de inclinação é função do número de árvores e também da idade.

Segundo SCHMIDT²⁷, a influência dos fatores idade e qualidade de sítio é maior no coeficiente de intersecção do que no coeficiente de inclinação. Seus resultados levaram a concluir que a intersecção é função dos parâmetros altura e diâmetro dominante, enquanto a inclinação é função dos parâmetros $1/G$ e $\log(G)$ (onde G = área basal).

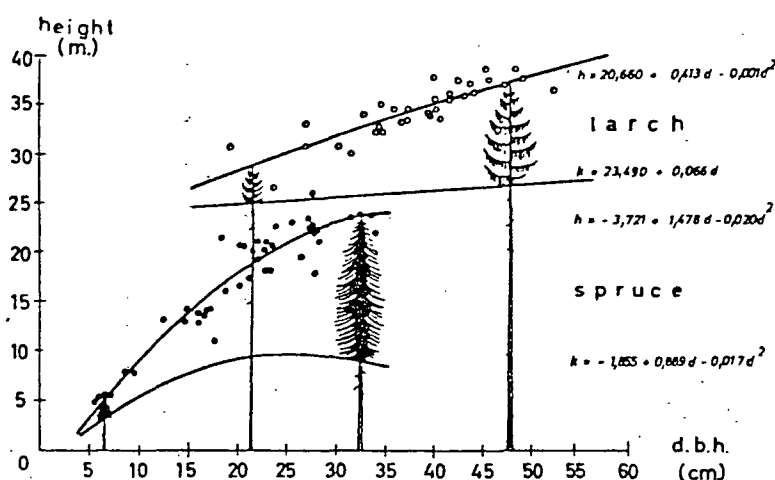
Para LOETSCH *et alli*²⁴, a relação altura-diâmetro depende

*2 BURKHART, H.E. e STRUB, M.R. Dry weight field estimates to loblolly pine: a comparison of two techniques. In: IUFRO BIOMASS STUDIES, Nancy, 1973. Paper presented. Maine, College of Science and Agriculture, s.d. p. 29-64.

muito da posição sociológica da árvore no povoamento e difere para cada classe (FIGURA 1). Em sítios bons, o maior crescimento favorece a formação de classes sociológicas. Assim, povoamentos jovens equiâneos mostram uma curva relativamente íngreme, enquanto em sítios mais pobres estas curvas são muito mais planas. Além disso, a inclinação da curva é também em grande parte uma característica das espécies.

FIGURA 1 : Curvas de altura de duas espécies, considerando a posição sociológica das árvores no povoamento.

FONTE: LOETSCH *et alli*²⁴.

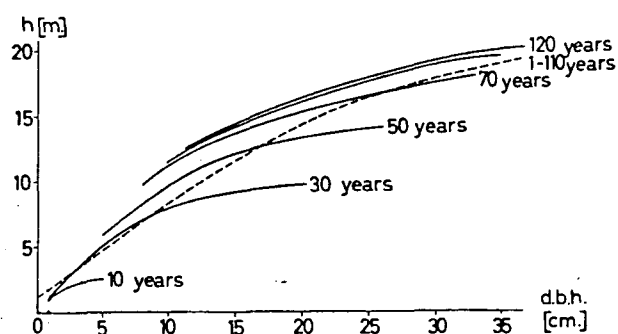


Os mesmos autores comentam ainda que em florestas multiâneas a curva de altura é muito mais íngreme do que em florestas equiâneas. Curvas de altura para idades crescentes não se desenvolvem como extensão uma da outra, ao contrário do que ocorre em povoamentos em classe normal de manejo, em que uma única curva representa a relação altura-diâmetro (FIGURA 2). É observado também que quando uma certa idade, característica da espécie e do sítio foi alcançada, o crescimento em altura e diâmetro é muito reduzido e mudanças na curva de altura tornam-

se muito pequenas.

FIGURA 2 : Curvas de altura de povoamentos de *Pinus sylvestris* com idades crescentes (linhas cheias) e desenvolvimento da curva de altura de uma classe normal de manejo (linha tracejada).

FONTE: LOETSCH *et alli*²⁴.



2.3 NÚMERO DE ÁRVORES NECESSÁRIO PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA CURVA DE ALTURA

LOETSCH *et alli*²⁴ comentam que uma amostra de medições para elaboração de uma curva de altura visa obter o mesmo número de medições de altura para cada classe diamétrica. Porém, a seleção de um número fixo de árvores por classe nunca está livre de influências subjetivas, sendo este procedimento raramente utilizado. O que se pode fazer é, por exemplo, em parcelas circulares para amostragem do diâmetro, estabelecer círculos concêntricos menores para tomar medições de altura. Dessa maneira, as medições de altura são obtidas em proporção a frequência diamétrica.

Os mesmos autores citam ainda que, se a amostragem de altura foi feita de maneira objetiva e as medições foram tomadas

livres de tendenciosidade, a precisão das curvas de altura depende da dispersão da "nuvem" de pontos e do número de alturas medidas.

KORSUN*3 citado por ANUCHIN¹, baseado em medições de mil árvores num povoamento de "Spruce" (*Picea sp*) com 55 anos de idade, concluiu que para povoamentos equiâneos desta espécie é suficiente medir a altura de duas árvores em diferentes partes do povoamento para cada classe diamétrica.

DIMITROV & VICHEV¹⁵ que trabalharam com povoamentos de "Scots pine" (*Pinus sylvestris*), concluíram que para a curva de altura seriam necessárias apenas três ou quatro medições dessa variável em cada classe diamétrica.

BRUCHWALD⁴ em seus estudos sobre a relação hipsométrica também em povoamentos de *Pinus sylvestris*, concluiu que a medição de vinte a trinta árvores é suficiente para a construção da curva de altura e com este número de árvores o erro padrão está em torno de 1 %.

PRODAN*4 citado por ANUCHIN¹ e por LOETSCH *et alli*²⁴ testou a precisão de construção de curvas de altura. Segundo ele, um erro padrão de 1 % requer 169 medições para um coeficiente de variação de 10 %.

Considerando as estimativas feitas por PRODAN, LOETSCH *et alli*²⁴ acrescentam ainda que, como geralmente não se mede mais do que trinta alturas por povoamento, é de se esperar um erro padrão de aproximadamente 2 %. O erro relativo da curva de altura entra na computação do volume. Isto é muito desvantajoso em inventários florestais em que deve ser analisada a diferença

*3 KORSUN, F. Procento kury a vetvi u smrku zvláštni otisk z casopisu. Lesnická práce, roc XIX. 1940.

*4 PRODAN, M. Holzmesslehre. Frankfurt/M., 1965. 644 p.

no crescimento do estoque entre duas ocasiões e tem-se medições de parcelas temporárias. Em parcelas permanentes este tipo de erro é em grande parte eliminado no cálculo da diferença dos estoques.

2.4 CLASSIFICAÇÃO DE SÍTIO CONSIDERANDO O CRESCIMENTO EM ALTURA

Segundo DAVIS¹⁴, sítio é definido pela "Society of American Foresters" como: "uma área considerada conforme seus fatores ecológicos, com referência a capacidade de produzir florestas ou outra vegetação; a combinação das condições bióticas, climáticas e edáficas de uma área".

O autor cita que, de todas as medições indiretas que foram estudadas, o crescimento em altura pode ser considerado como o indicador mais consistente e prático da qualidade dos sítios florestais. O crescimento em altura no dossel dominante é muito sensível a diferenças no sítio, altamente correlacionado com o crescimento em volume e pouco relacionado ao estoque e composição de espécies.

Conforme BURGER⁵ e CLUTTER *et alii*¹¹, a altura é um elemento dendrométrico pouco influenciado pela densidade, sendo portanto, bom indicador da qualidade do sítio.

Geralmente, o uso da altura das árvores dominantes é mais recomendável se comparado ao uso do volume para classificação em sítio, por ser essa variável menos influenciada por mudanças na densidade e por técnicas de manejo (SPURR³²).

CAMPOS², ao testar o uso da altura média das árvores maiores que 90 % da altura das árvores dominantes e a altura das árvores dominantes no estudo da qualidade de sítio utilizou o modelo:

$$\log h = \log b_0 + \log b_1 (1 / I)$$

e concluiu que a aplicação da primeira altura mencionada demonstra maior estabilidade que a segunda.

MACHADO²⁵ desenvolveu curvas polimórficas de índice de sítio para *Pinus taeda* na região central do Paraná, utilizando o modelo de PRODAN na forma transformada:

$$h = \frac{I^2}{(b_0 + b_1 I + b_2 I^2)}$$

$$\frac{I^2}{h} = Z_1 = b_0 + b_1 I + b_2 I^2 \quad (\text{transformado})$$

onde:

h = altura real

I = idade total da plantação

As medições usadas para o ajuste da equação foram obtidas de análises de tronco de árvores dominantes, abrangendo cinco classes de sítio e idades de 6 a 17 anos, e dessa forma, as curvas podem fornecer estimativas confiáveis de índice de sítio para toda a região do estudo e todas as idades, dentro da dispersão dos dados reais usados para sua construção.

CURTIS *et alli*¹³, ao desenvolverem curvas de índice de sítio para "Douglas fir" (*Pseudotsuga taxifolia*) testaram também o modelo citado anteriormente, porém numa forma modificada:

$$h - 4,5 = \frac{I^2}{(b_0 + b_1 I + b_2 I^2)}$$

Os autores concluíram ser este modelo satisfatório para a maior parte da distribuição dos dados, mas divergiu um pouco para idades jovens, já que a variância do crescimento nesta fase é maior, tornando estas estimativas de índice de sítio altamente incertas.

SCOLFORO & MACHADO²⁹ desenvolveram curvas de índice de sítio para *Pinus taeda* nos Estados do Paraná e Santa Catarina e o modelo escolhido foi o modelo biológico de Chapman-Richards:

$$ha_{om} = b_0 (1 - \exp(-b_1 I))^{b_2}$$

onde:

ha_{om} = altura dominante

I = idade

\exp = exponencial

Para gerar as curvas de índice de sítio o modelo foi rearranjado assumindo a forma:

$$ha_{om} = \frac{IS (1 - \exp(+b_1 I))^{b_2}}{(1 - \exp(+b_1 I_{ref}))^{b_2}}$$

onde:

I_{ref} = idade de referência

De acordo com os testes aplicados os autores concluíram que o conjunto de curvas deverá proporcionar estimativas sem tendenciosidade do crescimento em altura de árvores dominantes para todas as classes de sítio.

Os mesmos autores²⁹ desenvolveram também curvas de índice de sítio para *Pinus elliottii* nos Estados do Paraná e Santa Catarina e o modelo escolhido foi novamente o de Chapman-Richards.

2.5 MEDIDAS PARA CLASSIFICAÇÃO DE DENSIDADE

Para LOETSCH *et alli*²⁴, o termo densidade pode ser interpretado, sob um aspecto geral, como uma quantidade que define o grau de utilização da área florestal pelas árvores ali existentes.

CLUTTER *et alli*¹¹ comentam sobre a importância da densidade de um povoamento dizendo que dentro de certos limites,

uma quantidade maior de espaço disponível para cada árvore propiciará um crescimento mais rápido da mesma.

Segundo LOETSCH *et alli*²⁴ e AVERY & BURKHART², a densidade pode ser expressa em termos absoluto e relativo. Medidas absolutas são determinadas diretamente de um dado povoamento sem referência a qualquer outro. Já a densidade relativa é baseada numa densidade padrão selecionada.

Dentre as variáveis que podem determinar a densidade, CLUTTER *et alli*¹¹ citam o número de árvores e a área basal por unidade de área, e consideram o número de árvores recomendável para povoamentos equiâneos não desbastados de uma certa idade e classe de sítio ou para povoamentos multiâneos homogêneos. É citada também a área basal por acre como uma medida de densidade bastante utilizada, pois é facilmente obtida e representa não apenas o número de árvores mas também seus respectivos tamanhos. Porém, ambas as medidas são de uso limitado quando o histórico do povoamento não é conhecido.

CLUTTER *et alli*¹¹, SPURR³² e LOETSCH *et alli*²⁴ referem-se também ao índice de densidade, que é uma medida de densidade média, obtida através da relação entre o número de árvores por unidade de área e o tamanho das árvores expresso por uma média.

Estes autores citam REINECKE*5 por ter observado esta relação em povoamentos equiâneos de várias espécies, tendo desenvolvido a equação:

$$\log N = \log b_0 + b_1 \log d$$

onde:

N = número de árvores por acre

d = diâmetro da árvore de área transversal média.

*5 REINECKE, L.H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. 1933. Jour. Agr. Res. 46:627-638.

BURGER⁶ cita o índice de densidade de Hart Backing expresso pela equação:

$$I = \frac{a}{haom} \cdot 100$$

onde:

a = área por árvore

haom = altura dominante

CLUTTER *et alli*¹¹ citam KRAJICEK*6 que propôs uma medida de densidade associada a competição de copa, apropriada tanto para povoamentos equiâneos como para multiâneos.

Estes autores citam ainda, o índice de espaçamento ou espaçamento relativo, dado por:

$$I.E. = \frac{\text{distância media entre árvores}}{\text{altura media do dossel dominante}}$$

2.6 COMPARAÇÃO DAS LINHAS DE REGRESSÃO

CAILLIEZ & ALDER⁷ comentam que a comparação entre linhas de regressão pode ocorrer por exemplo, quando se quer comparar dados de espécies diferentes mas com hábitos de crescimento semelhantes ou dados de diferentes regiões, tipos de sítio ou procedências.

São duas as técnicas básicas de comparação. A primeira é a análise de covariância mais apropriada para regressão simples, embora possa ser aplicada também para o caso multivariado (FREESE¹², SNEDECOR & COCHRAN³¹ e STEEL & TORRIE³³). A segunda são os testes de significância para variáveis condicionais que são muito apropriados para modelos complexos, mas conduzem a grandes problemas de estatística multivariada (CAILLIEZ &

*6 KRAJICEK, J.E., BRINKMAN, K.A. & GINGRICH, S.F. Crown competition - a measure of density. 1961. For.Sci.Z:35-42.

ALDER⁷).

Segundo SNEDECOR & COCHRAN³¹, a análise de covariância é uma técnica que combina a análise de variância e a regressão, e tem como um dos usos o estudo de regressões em classificações múltiplas.

FIGUEIREDO¹⁷ utilizou esta técnica para testar o ajuste de um único modelo de regressão para populações de tipologias distintas (Várzea e Terra Firme).

FREESE¹⁸ descreve o procedimento da análise de covariância para equações lineares simples em que as linhas de regressão dos grupos podem diferir quanto as inclinações e quanto as intersecções. Testa-se inicialmente a hipótese da diferença não significativa entre inclinações e se for verdadeira, testa-se também a hipótese da diferença não significativa entre intersecções. Quando ambas as hipóteses são verdadeiras, assume-se que uma única equação de regressão pode ser ajustada ignorando a diferença entre grupos.

2.7 EQUAÇÕES GENÉRICAS

Com o objetivo de chegar a estimativas de altura individual por parâmetros facilmente medíveis no povoamento ou de abranger numa única equação, grandes variações destes parâmetros, tem sido crescente a preocupação em elaborar equações genéricas.

Baseado nisso, SCHMIDT²⁷, já citado anteriormente, desenvolveu uma metodologia para determinação indireta da relação hipsométrica para *Pinus taeda*. Depois de escolhido o melhor modelo que foi o de STOFFELLS, o autor procedeu testes de correlação simples entre os coeficientes b_0 e b_1 e parâmetros do

povoamento: idade, área basal, número de árvores, altura e diâmetro dominantes (e suas formas transformadas). A partir daí, foi obtida uma equação de regressão múltipla para cada um dos coeficientes, que foram substituídas na equação inicialmente escolhida:

$$\log h = (c_0 + c_1 h_{dom}^3 + c_2 d_{dom}^3) + (d_0 + d_1 (1/G)^2 + d_2 (\log G)^3) \cdot \log d$$

SCHMIDT²⁷ recomendou esta função genérica principalmente para a avaliação do volume de árvores em pé e para construção de tabelas de volume de simples entrada.

WENDLING³⁵ desenvolveu metodologia semelhante considerando correlações simples entre os coeficientes da equação escolhida e os parâmetros: área basal, diâmetro dominante, altura dominante e número de árvores e suas respectivas formas inversas e logarítmicas. Foi assumido também que a inclusão da forma quadrática das variáveis escolhidas levaria a um melhor ajuste.

WEST³⁶ em estudos para estimar altura em povoamentos de *Eucalyptus sp* na Tasmania, considerando a influência de alguns fatores nessas estimativas, adotou também um procedimento em dois estágios. O primeiro estágio resultou na escolha do modelo:

$$h = \frac{b_1}{(1 + \exp(b_2 - b_3 d))}$$

No segundo estágio, as estimativas dos parâmetros desta equação foram relacionadas a área basal, número de árvores, idade e índice de sítio. Foram consideradas adequadas as seguintes equações:

$$b_1 = p_{11} + p_{12} N + p_{13} N / I$$

$$b_2 = p_{21} + p_{22} I + p_{23} I \cdot N$$

$$b_3 = p_{31} + p_{32} G + p_{33} G \cdot N$$

onde:

$p1_ =$ coeficientes para b_1

$p2_ =$ coeficientes para b_2

$p3_ =$ coeficientes para b_3

$N =$ numero de fustes por hectare (rebrota)

$I =$ idade do povoamento

$G =$ área basal (m^2/ha)

E novamente estas equações foram substituídas no modelo escolhido no primeiro estágio. WEST³⁸ comentou sobre as dificuldades em estabelecer os termos a serem incluídos na segunda fase do trabalho porque observou correlações substanciais entre as variáveis independentes consideradas. Entretanto, admitiu que é possível obter estimativas satisfatórias com as equações assim ajustadas.

BLANCO JORGE³, testando equações de relação hipsométrica para *Pinus elliottii* na Floresta Nacional de Três Barras chegou a bons resultados com a equação:

$$d^2/(h-1,3) = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 + b_3 d I.$$

Tal equação não deixa de ser uma espécie de equação genérica, pois inclui em suas variáveis, um parâmetro do povoamento e permite estimativas para aquela área em povoamentos com idades entre 14 e 20 anos.

CLUTTER *et alli*¹¹, ao se referirem a modelos de crescimento baseados em distribuição diamétrica, comentam que a transformação das informações sobre frequência de árvores em estimativas de volume requer a disponibilidade de equações de regressão para estimar altura individual usando idade, índice de sítio (ou altura média das dominantes e co-dominantes), número total de árvores por acre e DAP como variáveis independentes. É

apresentada a seguinte equação usada por BENNETT & CLUTTER*7:

$$\log h = b_0 + b_1 S + b_2 N + b_3 I^{-1} + b_4 d^{-1}.$$

Posteriormente LENHART & CLUTTER*8, também citados por CLUTTER *et alii*¹¹ definiram o modelo:

$$\ln(h/H) = b_0 + b_1(d^{-1} - d_{\max}^{-1}) + b_2 I^{-1}(d^{-1} - d_{\max}^{-1}) + b_3(d^{-1} - d_{\max}^{-1}) \log N$$

onde:

h = altura da árvore

d = DAP da árvore

I = idade da parcela

N = número total de árvores por acre, para a parcela

H = altura média das dominantes e co-dominantes da parcela

S = índice de sítio para a parcela

d_{\max} = valor médio ou o limite superior da maior classe de DAP.

Para ambas as equações é mostrado que em qualquer povoamento definido tem-se a forma reduzida:

$$\log h = b_0 + b_1 d^{-1}.$$

LENHART²³ usou a equação desenvolvida por BLACKARD*9:

$$\ln(h/H) = (b_0 - b_1 \ln I.(\ln d_{\max} - \ln d) + b_2 \ln(H/I).(\ln d_{\max} - \ln d) + b_3 \ln T.(\ln d_{\max} - \ln d)$$

onde:

T = número total de árvores por classe

d_{\max} = maior DAP medido

*7 BENNETT, F.A. & CLUTTER, J.L. Multiple product yield estimates for unthinned slash pine plantations - pulpwood, sawtimber, gum. U.S.D.A. For. Serv., Res. Paper SE-35. 1968.

*8 LENHART, J.D. & CLUTTER, J.L. Cubic foot yield tables for old field loblolly pine plantations in the Georgia Piedmont. Ga. for. Res. Council, Report 22 series 3. 1971.

*9 BLACKARD, J.A. Estimating individual tree height. ETPPRP Report nº 4. School of Forestry, SFASU, 1985. 22 p.

d = DAP médio por classe

h = altura média por classe

H = altura dominante

I = idade da parcela

Foram obtidos R^2 de 68 % para *Pinus taeda* com nove anos de idade e 69 % para *Pinus elliottii* com oito anos de idade.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 MATERIAL

3.1.1 Generalidades sobre a espécie em estudo

O trabalho foi conduzido utilizando medições de povoamentos de *Pinus taeda* L., que até 1980 apresentavam uma área programada de 161.025,71 ha de um total de 783.989,65 ha, referentes ao Estado do Paraná, sendo a espécie de maior percentual de participação (IBDF²²).

Conforme EMBRAPA¹⁸, o *Pinus taeda* é natural das regiões leste e sudeste dos Estados Unidos e tem área de ocorrência extensa e descontínua. Ocorre entre 28° e 39° N, 75° e 97° W e altitudes compreendidas entre 0 e 2400 metros. A precipitação média anual varia entre 900 e 2200 milímetros. O regime de chuvas pode ser periódico, com períodos secos de até dois meses, ou de distribuição uniforme ao longo do ano. A temperatura média anual situa-se entre 13° e 19° C, a média das máximas do mês mais quente entre 20° e 25° C e a média das mínimas do mês mais frio, entre 4° e 18° C. Os solos são de textura leve a pesada, com pH geralmente ácido e drenagem média. Ocasionalmente, a espécie pode ocorrer em solos sujeitos a alagamentos por um período curto de dias.

Com densidade entre 0,47 e 0,51 g/cm³, a madeira é usada em construções leves ou pesadas, na produção de laminados,

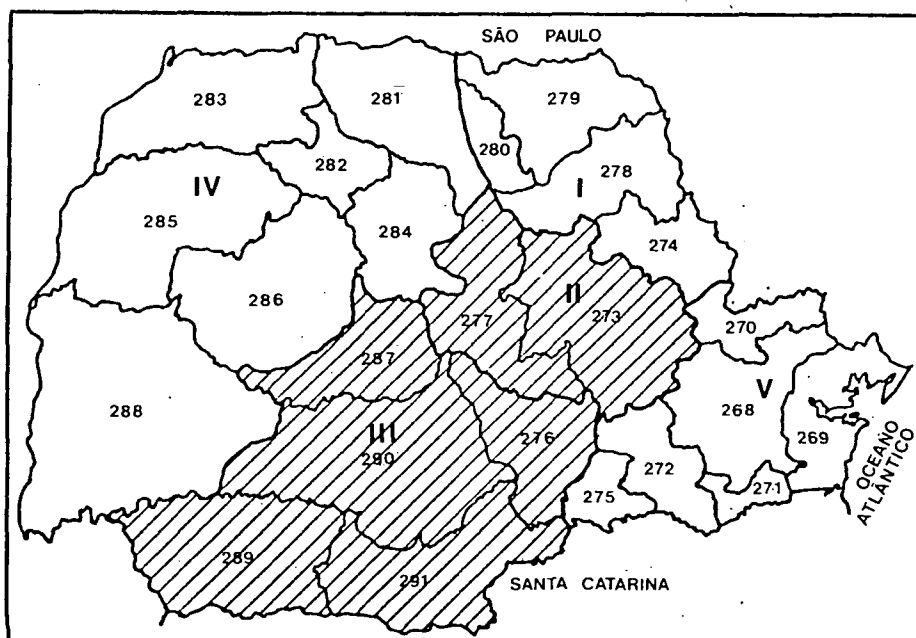
compensados, chapas de fibras e de partículas e na produção de celulose de fibra longa. A espécie não é boa produtora de resina.

3.1.2 Origem das informações

A maioria dos dados utilizados neste trabalho foi coletada durante o Inventário Florestal Nacional em 1980, totalizando 109 parcelas distribuídas nas macrorregiões II e III (FIGURA 3), abrangendo o centro e o sudoeste do Estado do Paraná. Para obter maior representatividade nas classes de idade (acima de 15 anos) foram também incluídas oito parcelas medidas na região de Ponta Grossa e vinte na região da Floresta Nacional de Irati.

FIGURA 3 : Divisão do Estado do Paraná em microrregiões

administrativas e macrorregiões de trabalho. Fonte:
IBDF - Inventário Florestal Nacional -
Reflorestamento - PR/SC



3.1.3 Características da área em estudo

3.1.3.1 Clima

Segundo a classificação de Köeppen, o clima nesta área é predominantemente Cfb, podendo ser classificado também como Cfa em pequena parte da região sudeste:

- Cfb: clima mesotérmico, subtropical úmido, com verões frescos, sem estação seca e geadas severas frequentes. A temperatura média do mês mais quente é sempre inferior a 22° C. Tipo climático característico de áreas planas e superfície dos planaltos.

- Cfa: clima mesotérmico, subtropical úmido, com verões quentes, sem estação seca de inverno definida e geadas menos frequentes. A temperatura média do mês mais quente supera 22° C.

3.1.3.2 Relevo e altitude

A região abrange parte do segundo planalto com altitudes entre 700 e 800 metros, exibindo uma paisagem suavemente ondulada e também parte do terceiro planalto, cuja superfície inclina-se suavemente para oeste em direção a calha do rio Paraná, e onde encontram-se extensas superfícies elevadas.

3.1.3.3 Tipo de vegetação natural

Segundo a classificação de regiões bioclimáticas para o Estado do Paraná (EMBRAPA¹⁶), a área em estudo corresponde aproximadamente as regiões 1 e 2 que apresentam os seguintes tipos de vegetação:

1. Floresta ombrófila (mista de Araucária e latifoliadas) e campos submontanos.

2. Floresta ombrófila com ou sem Aráucaria e campos.

3.1.4 Tamanho das parcelas e informações coletadas

Cada parcela tem 600 m² (20 m X 30 m) e contém as seguintes informações: idade do povoamento, DAP de todas as árvores, altura de 20 a 30 árvores, médias de altura e DAP das seis árvores mais grossas (haom e daom), diâmetro médio dg, altura e DAP médios, número de árvores e área basal por hectare.

3.1.5 Processamento

Os processos de gravação, classificação e processamento dos dados foram realizados por programas em BASIC. A parte gráfica (plotagem de resíduos) inicialmente foi feita pelo pacote STATPACK, versão 3.1 da Northwest Analytical Inc. que é também em BASIC e posteriormente utilizou-se o CHARTSTAR, da MicroPro.

3.1.6 Classificação das parcelas

O primeiro passo para que se pudesse obter algum resultado deste conjunto de dados, foi agrupar as parcelas por idade, criando arquivos que contivessem pares de valores diâmetro-altura. É importante comentar que, de cada parcela, as duas primeiras medições de diâmetro e altura foram armazenadas num outro arquivo para posterior cálculo de diferença agregada (ou teste de acuracidade).

É sabido que agrupar dados por idade, como foi feito, incorre numa certa margem de erro, já que a idade foi contada sem considerar o mês do ano em que o plantio foi realizado.

Porém esta é apenas uma análise preliminar cuja finalidade é a de verificar a distribuição das parcelas ao longo de uma certa amplitude de idades (ver TABELA 1).

TABELA 1 : Número de parcelas em cada idade

IDADE	NUM.PARC.	IDADE	NUM.PARC.
4	11	13	9
5	11	14	9
6	10	15	5
7	9	16	3
8	9	17	5
9	8	20	12
10	9	26	4
11	8	27	4
12	11	-	-

Posteriormente, grupos maiores formados por classes de idade possibilitaram então, a análise dos demais fatores (sítio, densidade e posição sociológica).

3.2 MÉTODOS

3.2.1 Ajuste de um modelo linear

3.2.1.1. Método dos mínimos quadrados

Considerando-se o modelo:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_k X_{ki} + E_i$$

onde:

E_i = desvio do valor de Y da superfície de regressão

b_k = coeficiente de regressão da k-ésima variável independente.

como sendo o modelo com o qual serão estimados os valores de Y, há de se considerar o princípio dos mínimos quadrados que, conforme FREESE¹⁸, diz que sob certas condições, as melhores estimativas dos coeficientes ($b_0, b_1, b_2, \dots, b_k$) são aquelas que tornam mínima a soma dos desvios ao quadrado. Este resultado se verifica pela resolução das seguintes equações simultâneas:

$$(\sum x_1^2) b_1 + (\sum x_1 x_2) b_2 + \dots + (\sum x_1 x_k) b_k = \sum x_1 y$$

$$(\sum x_1 x_2) b_1 + (\sum x_2^2) b_2 + \dots + (\sum x_2 x_k) b_k = \sum x_2 y$$

$$(\sum x_1 x_2) b_1 + (\sum x_2 x_k) b_2 + \dots + (\sum x_k^2) b_k = \sum x_k y$$

onde:

$$\sum x_1^2 = \sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n}$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum X_1 X_2 - \frac{(\sum X_1) \cdot (\sum X_2)}{n}$$

$$\sum x_1 y = \sum X_1 Y - \frac{(\sum X_1) \cdot (\sum Y)}{n}$$

Para a resolução destas equações e obter então os coeficientes b_1, b_2, \dots, b_k , FREESE¹⁸ mostra o método da inversão de matrizes (o mesmo utilizado neste trabalho), onde:

$$\sum x_1^2 = a_{11} \quad \sum x_1 x_2 = a_{12} \quad \dots \quad \sum x_1 x_k = a_{1k}$$

$$\sum x_1 x_2 = a_{21} \quad \sum x_2^2 = a_{22} \quad \dots \quad \sum x_2 x_k = a_{2k}$$

$$\sum x_1 x_k = a_{k1} \quad \sum x_2 x_k = a_{k2} \quad \dots \quad \sum x_k^2 = a_{kk}$$

$$\sum x_1 y = R_1$$

$$\sum x_2 y = R_2$$

$$\sum x_k y = R_k$$

tem-se então:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_k \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_k \end{bmatrix}$$

$$A.B = R$$

Multiplicando ambos os lados pela inversa de A:

$$A^{-1}.B = A^{-1}.R$$

$$I.B = A^{-1}.R$$

onde:

I = matriz identidade

então:

$$B = A^{-1}.R$$

e b_0 é dado por:

$$b_0 = Y_{med} - (b_1.X_{1med} + b_2.X_{2med} + \dots + b_k.X_{kmed})$$

Para equações do tipo:

$$Y = b_0 + b_1.X_1$$

os coeficientes podem ser obtidos de maneira mais simplificada.

Considerando a primeira equação normal, tem-se:

$$b_1 = \frac{\sum x_1 y}{\sum x_1^2} \quad e$$

$$b_0 = Y_{med} - b_1.X_{1med}$$

onde:

$$Y_{med} = \frac{\sum Y}{n} \quad e \quad X_{1med} = \frac{\sum X_1}{n}$$

3.2.2 Escolha do melhor modelo

Os critérios para a escolha do melhor modelo obedecem a seguinte ordem: inicialmente análise do erro padrão da estimativa e coeficiente de determinação, e especial atenção é dada a distribuição dos valores residuais. Obviamente são incluídos outros critérios não tão fortes indicadores do modelo

mais adequado, que também ajudam na decisão (teste F, t parcial e teste da diferença agregada). São citados a seguir todos os critérios utilizados sob um enfoque mais detalhado.

3.2.2.1 Erro padrão da estimativa (syx)

Este estimador avalia o grau de proximidade entre o valor real e o valor estimado.

$$syx = QME$$

onde:

QME = média quadrática do erro

ou seja:

$$syx = \sqrt{\frac{\sum y^2 - \frac{(b_1 \sum x_1y + \dots + b_p \sum x_py)^2}{n - p - 1}}{n - p - 1}}$$

onde:

n = número de observações

p = número de variáveis independentes.

Em termos relativos:

$$syx\% = \frac{syx}{Y_{med}} \cdot 100$$

Para comparações entre equações logarítmicas e não logarítmicas tem sido usado com frequência o índice de Furnival. Porém neste trabalho optou-se por calcular o syx com a variável dependente retransformada.

3.2.2.2 Coeficiente de determinação (R^2)

Este estimador indica a percentagem da variação na distribuição dos dados que é explicada pelo modelo.

$$R^2 = \frac{b_1 \sum x_1y + \dots + b_p \sum x_py}{\sum y^2}$$

ou seja:

$$R^2 = \frac{SQ_{\text{MODELO}}}{SQ_{\text{TOTAL}}}$$

Para comparações entre modelos com número de variáveis independentes diferentes, calcula-se o coeficiente de determinação corrigido que é dado por:

$$R^2_c = 1 - \frac{n-1}{n-p} \cdot \frac{SQ_{\text{ERRO}}}{SQ_{\text{TOTAL}}}$$

onde:

n = número de observações

p = número de variáveis independentes

3.2.2.3 Análise de variância (teste F)

Quando se tem uma equação linear ($Y = b_0 + b_1.X$), o objetivo desse teste é o de verificar se o termo " $b_1.X$ " é significativamente importante para representar a distribuição dos dados, ou em outras palavras, se a distribuição dos dados é bem representada pelo modelo ajustado. Dessa forma, as hipóteses a serem testadas são:

$$H_0 : b_1 = 0$$

$$H_1 : b_1 \neq 0$$

e a análise de variância é disposta na TABELA 2.

TABELA 2 : Análise de variância

F.VAR.	G.L.	SOMA QUAD.	Q.M.
MODELO	p	$(b_1 \sum x_{1y} + \dots + b_p \sum x_{py})^2$	SQM/GLM
ERRO	$n-p-1$	$\sum y^2 - (b_1 \sum x_{1y} + \dots + b_p \sum x_{py})^2$	SQE/GL_E
TOTAL	$n-1$	$\sum y^2$	

onde:

p = número de coeficientes (sem b_0)

n = número de observações

$$F = Q_{MM} / Q_{ME}$$

Este valor de F é comparado ao F tabelado com p e $(n-p-1)$ graus de liberdade e, se for maior, rejeita-se H_0 e assume-se que o modelo é representativo da configuração dos dados.

Pode ocorrer que o valor de F calculado seja inferior a 1, situação esta bastante rara, pois para isto o Q_{MERRO} terá que ser superior ao Q_{MODELO} . Uma explicação bastante aceitável para isto é a de que o resíduo inclua alguma importante causa de variação que foi controlada, mas não foi isolada na análise de variância (segundo PIMENTEL GOMES¹⁹). Este mesmo autor e também SILVA & SILVA³⁰, aconselham então o uso de tabela de limites bilaterais de F , em que um valor de F calculado inferior ao tabelado apontaria a significância ao nível α adotado.

3.2.2.4 Teste t parcial

Este teste indica a significância de cada termo (inclusive o b_0). É dado por:

$$t_{b1} = \frac{b_1}{s_{b1}}$$

onde:

$$s^2_{b1} = c_{11} \cdot (Q_{MERRO})$$

onde:

c_{11} = elemento correspondente da diagonal da matriz inversa dos somatórios de quadrados. Dada a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} n & \sum X_1 \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 \end{bmatrix}$$

A inversa é:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sum X_{12}}{n \sum (X_1 - X_{med})^2} & \frac{- \sum X_1}{n \sum (X_1 - X_{med})^2} \\ \frac{- \sum X_1}{n \sum (X_1 - X_{med})^2} & \frac{1}{\sum (X_1 - X_{med})^2} \end{bmatrix}$$

As hipóteses a serem testadas são:

$$H_0 : b_1 = 0$$

$$H_1 : b_1 \neq 0$$

Compara-se o valor t calculado ao t tabelado com 1 e (n-p-1) graus de liberdade e se for maior, rejeita-se H_0 , assumindo que o coeficiente é importante para o ajuste do modelo.

3.2.2.5 Teste de acuracidade

Quando um modelo é ajustado, é importante também avaliar as estimativas para dados que não foram usados para o ajuste da regressão. A esse teste denomina-se teste de acuracidade, podendo usar a diferença agregada, para tal fim, dada por:

$$D.A. = \frac{Y_{EST.} - Y_{REAL}}{Y_{EST.}} \cdot 100$$

Segundo SPURR³², a diferença agregada é uma indicação da inexistência de tendenciosidade em tabelas de volume, e não deveria exceder a 1 %. Para estimativas de altura, o ideal seria então, valores ainda muito inferiores a este.

3.2.2.6 Análise gráfica dos resíduos

Ainda que todos os estimadores de ajuste e precisão já citados sejam bons indicadores para a escolha de um modelo, a análise gráfica dos resíduos é decisiva, pois permite detectar tendenciosidade no ajuste.

Preferiu-se neste trabalho plotar os resíduos na forma

relativa em função da variável dependente (altura real), pois dessa maneira é possível ter uma noção melhor da dimensão de sub ou super-estimativas do valor real.

No gráfico tem-se:

X = altura real

Y = e₁ %

onde:

$$e_1 \% = \frac{h_{REAL} - h_{EST.}}{h_{REAL}} \cdot 100$$

A situação ideal é a de que os pontos distribuam-se uniformemente próximos do valor zero. Para equações hipsométricas admite-se como aceitável uma amplitude de resíduos de + 30 % a - 30 %, embora não seja a situação mais adequada.

3.2.2.7 Comparação entre linhas de regressão

O método utilizado para esta fase foi a análise de covariância, cuja aplicabilidade é descrita no item 2.6. Como exemplo numérico tem-se no item 4.1.2 a disposição dos somatórios para este teste.

3.2.3 Comparação de médias para relação h/d

O objetivo deste teste é analisar diferenças entre as relações hipsométricas para os fatores sítio, idade e posição sociológica, agora adotando a comparação entre médias dos valores h/d. Foi aplicado o teste F para verificar as diferenças entre médias e o teste de Duncan para compará-las.

As médias para analisar os fatores idade e sítio foram obtidas a partir de sete valores h/d, distribuídos proporcionalmente a amplitude diamétrica. Seguiu-se este

procedimento, com o objetivo de ter sempre o mesmo número de observações (ou valores h/d) por grupo. Especificamente as sete medições foram adotadas, admitindo a existência de sete classes diamétricas, que poderiam ser obtidas por proporções do desvio padrão somadas ou subtraídas do diâmetro médio.

Já para a análise da posição sociológica, as médias foram obtidas a partir de quatro valores h/d distribuídos proporcionalmente ao longo da amplitude de cada classe.

A estimativa de altura para estes cálculos foi obtida através das equações hipsométricas escolhidas em cada caso.

3.2.3.1 Teste de Bartlett

A restrição para que se faça análise de variância é a de que as variâncias dos tratamentos seja homogênea, tornando válidos e confiáveis os resultados de teste estatísticos. Segundo SILVA & SILVA³⁰, quando se compara somente dois tratamentos o teste F produz bons resultados. Porém quando existem vários tratamentos, o teste mais aplicado para verificar a homogeneidade de variâncias é o teste de Bartlett, dado por:

$$\lambda^2_{k-1} = 2,3026 \cdot ((\log S^2_{med}) \cdot (n_1-1) - (n_1-1) \cdot (\log S^2_{med}))$$

onde:

$$S^2_{med} = \frac{SQ_{TOTAL}}{(n_1-1)}$$

n = número de observações por tratamento ou grupo

k = número de tratamentos ou grupos

Para obter o λ^2 corrigido aplica-se um fator de correção:

$$C = \frac{3 \cdot (k-1) + \left(\sum (1/n_1-1) - 1/\sum (n_1-1) \right)}{3 \cdot (k-1)}$$

$$\lambda^2_c = \frac{\lambda^2}{C}$$

Quando este valor é considerado não significativo a um nível α estabelecido, procede-se então a análise de variância (teste F), que testa as seguintes hipóteses:

H_0 : todas as médias são estatisticamente iguais

H_1 : pelo menos uma média difere estatisticamente das demais.

Caso contrário é recomendável usar transformações de dados.

3.2.3.2 Teste de Duncan para comparações múltiplas

Conforme STEEL & TORRIE³³, este teste usa comparadores dependentes do número de médias envolvidas em cada estágio. Isto permite que sejam identificadas diferenças entre tratamentos com maior facilidade em relação ao teste de Tukey (SILVA & SILVA³⁰). Neste trabalho, adotou-se o teste de Duncan exatamente para detectar diferenças significativas entre médias, ainda que pudessem ser consideradas não significativas com outros testes.

Quando o número de repetições é o mesmo para todos os tratamentos, a fórmula de aplicação do teste de Duncan é expressa por:

$$D = Z \cdot \frac{QM_{ERRO}}{n}$$

onde:

Z = valor tabelado em função do número de médias envolvidas no contraste.

É conveniente lembrar que, com este teste, sempre que num grupo de médias, a maior não diferir significativamente da menor, não é admitida diferença significativa entre médias

intermediárias.

3.2.4 Análise do fator idade

Para analisar a influência da idade na relação hipsométrica, pretendia-se inicialmente trabalhar com grupos de idade que abrangessem os intervalos entre desbastes. Dessa forma, a primeira classe conteria dados para idades de 4 a 8 anos, a segunda para 8 a 12 anos e assim por diante. Ocorreu que, como os dados provem de diferentes povoamentos e diferentes empresas, os tratos silviculturais também não são os mesmos. Não há portanto, um controle preciso das idades dos desbastes e ficaria difícil estabelecer um critério de divisão desta maneira.

Optou-se então por trabalhar inicialmente com os grupos de idade mostrados na TABELA 1, ou seja, cada idade considerada como um grupo. Sabe-se que tal procedimento também incorre em erros, já que a definição da idade do plantio é dada apenas pelo ano em que o plantio foi iniciado, podendo a idade ser aproximada para até um ano a mais conforme o mês do plantio. Porém este problema tende a ser solucionado quando do agrupamento das idades seguindo os resultados da análise de covariância.

Convém lembrar ainda que, em todas as parcelas de idade superior a 8 anos já havia ocorrido desbaste. E especificamente as parcelas medidas em povoamentos de 8 anos já desbastados foram separadas das demais para que a densidade não influenciasse esta análise (e também a dos demais fatores).

3.2.4.1 Modelos de relação hipsométrica

Os modelos testados nesta fase foram:

$$(1) h = b_0 + b_1 \ln d \quad \text{HENRICKSEN}$$

$$(2) h = b_0 + b_1 d^2$$

$$(3) h = b_0 + b_1 1/d$$

$$(4) h = b_0 + b_1 1/d + b_2 1/d^2$$

$$(5) \ln h = b_0 + b_1 1/d \quad \text{CURTIS}$$

$$(6) \ln h = b_0 + b_1 1/d + b_2 1/d^2$$

$$(7) \ln h = b_0 + b_1 \ln d \quad \text{STOFFELLS}$$

$$(8) d^2/(h-1,3) = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 \quad \text{PRODAN}$$

$$(9) d^2/h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

Foram também acrescentados modelos que incluem razão por altura dominante em todos os termos da equação, ou apenas no primeiro termo:

$$(10) h/ha_{om} = b_0 + b_1 (\ln d)$$

$$(11) h/ha_{om} = b_0 + b_1 (\ln d)/ha_{om}$$

$$(12) h/ha_{om} = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

$$(13) h/ha_{om} = b_0 + b_1 d/ha_{om} + b_2 d^2/ha_{om}$$

A inclusão da altura dominante nos modelos é devido ao fato de ser uma informação medível durante todo o ciclo de vida de um povoamento, pois árvores dominantes destacam-se desde a idade jovem e permanecem no povoamento até o corte final. Além disso, o valor da altura dominante pode exprimir a qualidade do sítio, absorvendo também eventuais variações causadas pela densidade.

Com a aplicação de um destes modelos (10 a 13), passa-se a ter para uma mesma idade um feixe de linhas, sendo uma para cada altura dominante, e espera-se assim absorver uma fonte de erro para as estimativas.

3.2.5 Análise do fator sítio

Para a análise da influência do sítio na relação hipsométrica foi utilizada a classificação em sítios descrita por SCOLFORO & MACHADO²⁹, que permite gerar curvas de índice de sítio para a idade de referência 20 anos e cuja forma é dada por:

$$h_{dom} = 1,3506047 \cdot IS(1 - \exp(-0,072 \cdot I))^{1,1115}$$

onde:

h_{dom} = altura dominante

IS = índice de sítio

I = idade

O trabalho na forma original considera cinco classes de sítio. Ao verificar que a distribuição das parcelas nestas classes ficaria muito dispersa, preferiu-se trabalhar com apenas três classes, esperando que assim fossem verificadas diferenças mais significativas entre as mesmas. Os novos limites das classes são dados na TABELA 3.

As parcelas foram então reagrupadas por sítio, considerando as classes de idade definidas quando feita a análise deste fator. Verificou-se boa representatividade para a classe de sítio II, enquanto as classes I e III ficaram sem representação para alguns grupos de idade (ver TABELA 14, item 4.2).

3.2.6 Análise do fator densidade

Para analisar a influência da densidade na relação hipsométrica, é importante comentar sobre a dificuldade em obter classes de densidade para povoamentos que recebem tratamentos diferentes, como é o caso, já que são aplicados desbastes de

TABELA 3 : Limites das classes de qualidade

CLASSES DE SÍTIO			
IDADE	I	II	III
1	0,84-1,359	1,36-1,879	1,88-2,40
2	1,74-2,819	2,82-3,899	3,90-4,99
3	2,62-4,259	4,26-5,899	5,90-7,54
4	3,48-5,649	5,65-7,819	7,82-9,99
5	4,29-6,969	6,97-9,649	9,65-12,33
6	5,06-8,219	8,22-11,379	11,38-14,54
7	5,79-9,399	9,40-13,019	13,02-16,64
8	6,47-10,519	10,52-14,559	14,56-18,31
9	7,12-11,559	11,56-16,009	16,01-20,46
10	7,72-12,549	12,55-17,369	17,37-22,20
11	8,29-13,469	13,47-18,649	18,65-23,83
12	8,82-14,329	14,33-19,849	19,85-25,36
13	9,32-15,143	15,14-20,969	20,97-26,79
14	9,78-15,899	15,90-22,009	22,01-28,13
15	10,22-16,599	16,60-22,999	23,00-29,38
16	10,63-17,269	17,27-23,899	23,90-30,55
17	11,01-17,879	17,88-24,759	24,76-31,64
18	11,36-18,459	18,46-25,559	25,56-32,66
19	11,69-18,999	19,00-26,299	26,30-33,61
20	12,00-19,499	19,50-26,999	27,00-34,50
21	12,29-19,969	19,67-27,649	27,65-35,33
22	12,56-20,399	20,40-28,249	28,25-36,10
23	12,81-20,799	20,80-28,819	28,82-36,82
24	13,04-21,189	21,19-29,339	29,34-37,49
25	13,26-21,539	21,54-29,829	29,83-38,12
26	13,46-21,869	21,87-30,289	30,29-38,70
27	13,65-22,179	22,18-30,709	30,71-39,24

intensidades diferentes e nem sempre nas mesmas idades.

Na tentativa de estabelecer uma metodologia semelhante a utilizada para classificação de sítios, foram testados alguns "modelos de densidade". Estes modelos possuíam como variável dependente a área basal ou o número de árvores por hectare e como variáveis independentes o diâmetro médio dg e a idade (nas formas logarítmica e quadrática). A conclusão foi a de que, aplicando tais modelos não haveria uma classificação confiável já que as duas variáveis dependentes testadas são induzidas

(diretamente afetadas por desbastes).

Analizou-se a densidade considerando-se apenas as parcelas medidas em povoamentos não desbastados, que são as das idades 4, 5, 6, 7 e 8 anos. Como em muitos plantios o espaçamento inicial foi considerado irregular, uma classificação por esta variável não seria possível. Tomou-se então a amplitude de variação do número de árvores por hectare e estabeleceram-se três classes.

A classe I, de baixa densidade é representada nos grupos 5-6 e 7-8 anos por três parcelas cada um, enquanto na idade 4 anos não há representação. Já a classe II, de densidade média, é representada por quatro, sete e nove parcelas nos grupos 4, 5-6 e 7-8 anos respectivamente. Para estes mesmos grupos de idade, a classe III, de densidade elevada conta com três, quatorze e quatro parcelas respectivamente.

3.2.7 Análise do fator posição sociológica

Para analisar o comportamento das linhas de regressão em classes sociológicas diferentes, o primeiro passo foi estabelecer o critério para a obtenção de tais classes. Admitindo que a distribuição diamétrica segue uma distribuição normal, utilizou-se proporções do desvio padrão somadas ou subtraídas do diâmetro médio de todas as árvores da parcela (inclusive as que não continham medição de altura) e estabeleceram-se sete classes conforme TABELA 4.

Note-se que é adotado o critério de que as árvores do dossel dominante apresentam também os maiores diâmetros, e em contrapartida as do dossel dominado apresentam os menores diâmetros.

TABELA 4 : Estabelecimento das classes sociológicas

INTERVALOS	CLASSE
$<(\text{DAP}_{\text{MED}} - 2,5 * \text{SDAP})$	DOMINADA
$(\text{DAP}_{\text{MED}} - 2,5 * \text{SDAP}) - (\text{DAP}_{\text{MED}} - 1,5 * \text{SDAP})$	CO-DOMINADA
$(\text{DAP}_{\text{MED}} - 1,5 * \text{SDAP}) - (\text{DAP}_{\text{MED}} - 0,5 * \text{SDAP})$	CO-DOMINADA
$(\text{DAP}_{\text{MED}} - 0,5 * \text{SDAP}) - (\text{DAP}_{\text{MED}} + 0,5 * \text{SDAP})$	MÉDIA
$(\text{DAP}_{\text{MED}} + 0,5 * \text{SDAP}) - (\text{DAP}_{\text{MED}} + 1,5 * \text{SDAP})$	CO-DOMINANTE
$(\text{DAP}_{\text{MED}} + 1,5 * \text{SDAP}) - (\text{DAP}_{\text{MED}} + 2,5 * \text{SDAP})$	CO-DOMINANTE
$\geq (\text{DAP}_{\text{MED}} + 2,5 * \text{SDAP})$	DOMINANTE

Como as linhas de regressão para cada classe sociológica são válidas exclusivamente para o intervalo de diâmetro correspondente, a análise de covariância não pode ser aplicada.

Neste caso a análise visual foi bastante válida, além da comparação de médias de valores h/d.

Vale também ressaltar que para obter resultados mais nítidos e com representatividade em todas as classes, optou-se por um grupo de dados cujos povoamentos não sofreram desbaste e que fossem do mesmo sítio (idades 7 e 8 classe de sítio II). Em contrapartida, testou-se também um grupo de dados cujos povoamentos já sofreram desbastes, também do mesmo sítio, porém agora com uma amplitude bem maior de DAP, para que o ajuste dos modelos não sofresse distorções devido aos curtos intervalos de DAP em cada classe (idade 20 anos classe de sítio II).

3.2.8 Análise da precisão de curvas de altura para diferentes tamanhos de amostra

A determinação do número de observações ideal para o ajuste de uma equação hipsométrica parece ter muita relação com uma coleta de dados representativa de toda amplitude diamétrica.

Por isso, ao testar diferentes números de observações, tomou-se por base a mesma classificação de DAP utilizada para analisar o fator posição sociológica. A partir daí criou-se um critério sistemático de seleção que estabelece uma amostragem de intensidade crescente nos limites inferior e superior e nos centros de cada classe.

O grupo de dados escolhido para os testes foi o da classe de idade 7-8 anos, sítio II e o critério de seleção já descrito só pode ser aplicado para as cinco classes centrais, já que as classes dominada (-3s) e dominante (+3s) continham apenas uma árvore cada uma (TABELA 5).

TABELA 5 : Número de observações testadas em cada regressão e o respectivo número de árvores por classe.

NUM.PTOS.	CLASSES DIAMÉTRICAS						
	-3s	-2s	-1s	DAP _{MED}	+1s	+2s	+3s
12	1	2	2	2	2	2	1
18	1	4	3	3	3	3	1
22	1	4	4	4	4	4	1
31	1	5	6	6	6	6	1
40	1	7	7	8	8	8	1
65	1	11	12	12	12	12	1
85	1	11	18	18	18	18	1
109	1	11	24	24	24	24	1
191	1	11	35	35	55	33	1

Note-se que o número de árvores por classe não é sempre o mesmo pois o critério estabelecido faz com que sejam selecionadas prioritariamente as árvores representativas dos centros e limites das classes e na inexistência destas ou na existência de duas com o mesmo valor, ocorrem pequenas

diferenças.

3.2.9 Equações genéricas

Numa situação em que dispõe-se de dados cuja heterogeneidade é bastante elevada, uma boa solução parece ser o uso de equações genéricas. O ajuste de tais equações prevê a inclusão dos fatores analisados neste trabalho, agora considerados como variáveis independentes. Para isso, os dados foram agrupados num conjunto único.

O objetivo principal nesta fase não foi o de encontrar o melhor modelo, e sim recomendar ou não o uso de tal procedimento para estimativas de altura, aplicando equações já testadas em outros trabalhos.

As equações testadas foram as seguintes:

$$(14) \log h_{med} = \log h_{dom} + b_0 + b_1. (\log I. (\log d_{max} - \log d_{med})) + b_2. (\log h_{dom} / I. (\log d_{max} - \log d_{med})) + b_3. (\log FR. (\log d_{max} - \log d_{med}))$$

(BLACKARD)

$$(15) \log h_{med} = \log h_{dom} + b_0 + b_1. (\log I. (\log d_{med} - \log d_{min})) + b_2. (\log h_{dom} / I. (\log d_{med} - \log d_{min})) + b_3. (\log FR. (\log d_{med} - \log d_{min}))$$

$$(16) \log h_{med} = \log h_{dom} + b_0 + b_1. (d^{-1}_{med} - d^{-1}_{max}) + b_2. I^{-1} (d^{-1}_{med} - d^{-1}_{max}) + b_3. (d^{-1}_{med} - d^{-1}_{max}). \log FR$$

(LENHART & CLUTTER)

$$(17) \log h_{med} = \log h_{dom} + b_0 + b_1. (d^{-1}_{med} - d^{-1}_{max})$$

(obtido por STEPWISE)

onde:

h_{med} = altura média por classe de DAP

d_{med} = DAP médio por classe de DAP

h_{dom} = altura dominante da parcela

I = idade

d_{max} = maior DAP da parcela, que continha a respectiva medição de altura

d_{min} = menor DAP da parcela, que continha a respectiva medição de altura

FR = número de árvores por hectare, por classe de DAP.

É importante notar que a diferença entre d_{med} e d_{max} ou d_{min} é uma forma de padronização dos dados com o objetivo de definir a posição sociológica de cada árvore.

A variável FR atua não só como medidor de densidade, mas também atribuindo pesos por classe de DAP.

3.2.9.1 Definição das classes de DAP

O critério para estabelecer as classes de DAP foi o mesmo adotado para análise da posição sociológica. Cada parcela foi submetida separadamente a classificação, resultando num máximo de sete pontos amostrais (médias) representativos de todos os pontos da mesma.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 ANÁLISE DO FATOR IDADE

São mostrados na TABELA 6, os estimadores de ajuste e precisão para os modelos 1 a 9 numa análise preliminar. Os valores de s_{yx} e $s_{yx} \%$ para os modelos 8 e 9 que usam como variável dependente d^2/h foram recalculados para efeito de comparação. Os valores de R^2 e F para estes dois modelos, embora sempre muito superiores aos dos demais modelos, não foram considerados como indicadores do melhor modelo.

Nota-se nesta tabela os baixos valores de R^2 encontrados em algumas idades, atingindo até mesmo valores muito inferiores a 0,40. A explicação mais aceitável para este fato deve ser a de que num conjunto muito grande de dados, que contem informações de várias parcelas, é comum a existência de muitas árvores com o mesmo diâmetro, mas com uma variação muito grande de altura, ao longo de toda a amplitude diamétrica (FIGURA 1, ANEXO).

Para idades acima de 15 anos, com a existência de um grande número de árvores dominantes e co-dominantes, em que a amplitude de diâmetro é pequena e além disso não há muita variação quanto a altura das árvores, tem-se uma situação em que não há boa correlação entre DAP e altura. Nestes casos também são encontrados baixos valores de R^2 , descartando até mesmo a possibilidade do uso de modelos ajustados.

Com estas observações, convem apenas acrescentar que não se recomenda utilizar unicamente o R^2 como indicador do melhor

modelo.

TABELA 6 : Estimadores de ajuste, precisão e acuracidade para cada idade

ID MOD	D.A.	F	R ²	syx	syx%	
4	1	1,9367	700,38	0,74163	0,61288	11,09
	2	4,7000	583,00	0,70496	0,65493	11,86
	3	0,3604	531,97	0,68555	0,67612	12,24
	4	3,0097	359,97	0,74765	0,60694	10,99
	5	2,0166	658,47	0,63856	0,63827	11,57
	6	3,5923	374,43	0,73870	0,60143	10,89
	7	3,5867	760,04	0,74668	0,59951	10,86
	8	4,4449	757,08	0,86771	0,60591	10,98
	9	4,0386	1711,93	0,93373	0,60376	10,98
5	1	0,4541	691,45	0,75039	0,82891	13,06
	2	1,9268	598,09	0,72225	0,87439	13,78
	3	0,2505	520,60	0,69358	0,91841	14,47
	4	0,1531	352,37	0,75475	0,82344	12,97
	5	0,9785	662,97	0,65963	0,85482	13,47
	6	1,5026	370,48	0,76582	0,81700	12,87
	7	1,9749	749,89	0,78511	0,81373	12,81
	8	3,2819	572,41	0,83331	0,82497	12,99
	9	2,7440	1327,73	0,92061	0,82018	12,92
6	1	3,1676	378,98	0,66374	1,07918	13,01
	2	4,1882	267,40	0,58206	1,20313	14,51
	3	2,2463	322,41	0,62676	1,13697	13,71
	4	2,8587	192,38	0,66826	1,07470	12,96
	5	3,7555	359,86	0,62634	1,09103	13,16
	6	4,9564	195,18	0,71951	1,08358	13,07
	7	5,0461	378,66	0,74083	1,09839	13,25
	8	5,9989	731,92	0,88458	1,09964	13,26
	9	5,4881	1325,13	0,93278	1,09491	13,21
7	1	2,2301	121,35	0,39742	1,36400	15,85
	2	0,6903	161,27	0,46709	1,28872	14,90
	3	2,9417	83,18	0,31133	1,45818	16,94
	4	1,4458	67,57	0,42478	1,33631	15,52
	5	1,0831	82,48	0,26747	1,42721	16,58
	6	0,0819	65,38	0,42665	1,32165	15,35
	7	0,5254	117,86	0,37655	1,33934	15,56
	8	2,8411	302,74	0,76791	1,39724	16,23
	9	2,3195	521,02	0,85062	1,48962	17,30

continua

TABELA 6 (Continuação)

ID MOD	D.A.	F	R ²	syx	syx%	
8	1	1,9527	132,19	0,47347	1,36830	14,89
	2	1,7739	108,82	0,42539	1,42942	15,55
	3	1,6476	131,41	0,47200	1,37022	14,91
	4	1,7558	65,75	0,47389	1,37244	14,93
	5	3,1918	143,75	0,49405	1,37159	14,92
	6	2,9891	71,84	0,47963	1,37715	14,99
	7	3,6510	134,26	0,52231	1,38466	15,07
	8	5,2289	292,47	0,80026	1,40059	15,24
	9	4,5973	472,39	0,86615	1,39420	15,17
8c/ dsb	1	0,0435	82,56	0,58736	1,11021	8,83
	2	0,9910	74,78	0,56320	1,14225	9,09
	3	0,5001	81,45	0,58409	1,24234	8,87
	4	0,1455	40,44	0,58660	1,12093	8,92
	5	0,1141	90,03	0,57313	1,11235	8,85
	6	0,1638	44,25	0,57463	1,12169	8,92
	7	0,6547	88,86	0,58609	1,11383	8,86
	8	0,8330	296,89	0,91241	1,12589	8,95
	9	0,7465	386,23	0,93128	1,12433	8,94
9	1	8,3166	96,44	0,35269	1,61443	12,51
	2	7,2818	60,61	0,25509	1,73186	13,42
	3	8,2681	91,51	0,34080	1,62918	12,62
	4	8,5621	49,84	0,36159	1,60783	12,46
	5	9,3699	125,12	0,33871	1,61046	12,48
	6	9,4282	64,51	0,38653	1,61509	12,52
	7	9,0605	118,21	0,41844	1,64183	12,73
	8	10,7269	587,58	0,86974	1,63001	12,63
	9	10,4516	774,40	0,89796	1,63067	12,64
10	1	4,3183	178,49	0,49513	1,42756	10,44
	2	3,5108	163,63	0,47342	1,45792	10,67
	3	5,1817	160,46	0,46855	1,46466	10,71
	4	4,2467	89,87	0,49825	1,42707	10,44
	5	4,4570	170,79	0,44854	1,44832	10,59
	6	3,5482	92,00	0,49835	1,42867	10,45
	7	3,5200	183,56	0,49386	1,42577	10,43
	8	2,7641	919,40	0,91039	1,43706	10,51
	9	2,9201	1171,87	0,92831	1,43507	10,50
continua						

TABELA 6 (Continuação)

ID MOD	D.A.	F	R ²	syx	syx%	
11	1	0,0563	146,01	0,48831	1,52759	9,73
	2	0,8292	84,31	0,35527	1,71473	10,92
	3	0,7864	167,43	0,52252	1,47564	9,40
	4	0,9531	83,57	0,52373	1,47861	9,42
	5	0,0403	199,57	0,54974	1,49144	9,50
	6	0,4861	102,84	0,52341	1,47791	9,41
	7	0,7341	160,53	0,54691	1,56551	9,97
	8	0,0197	1250,23	0,94269	1,48135	9,43
	9	0,1184	1516,07	0,95226	1,48019	9,43
12	1	2,6620	256,81	0,52753	2,26974	15,47
	2	2,1355	215,54	0,48377	2,37255	16,17
	3	2,4429	224,37	0,49381	2,34936	16,01
	4	2,8150	125,94	0,52379	0,52379	15,56
	5	3,9048	277,67	0,46721	2,29834	15,57
	6	3,9839	143,81	0,51919	2,28249	15,56
	7	3,9307	287,78	0,55247	2,27882	15,53
	8	5,4749	537,09	0,82427	2,30877	15,74
	9	5,1966	708,16	0,86082	2,30371	15,70
13	1	1,9099	193,54	0,49941	1,26174	8,40
	2	1,8802	146,83	0,43080	1,34543	8,95
	3	1,5710	188,93	0,49338	1,26932	8,45
	4	1,8275	96,94	0,50115	1,26281	8,40
	5	2,0569	208,72	0,49349	1,26344	8,41
	6	2,2009	104,59	0,50518	1,26393	8,41
	7	2,4297	205,02	0,51782	1,26883	8,44
	8	2,6668	1998,71	0,95394	1,26879	8,44
	9	2,5902	2450,57	0,96211	1,26796	8,44
14	1	1,2405	268,18	0,55389	2,31270	14,58
	2	0,7833	189,87	0,46780	2,52600	15,93
	3	1,0960	256,16	0,54253	2,34196	14,77
	4	0,3395	136,46	0,55936	2,30381	14,53
	5	1,8475	316,50	0,52764	2,31172	14,58
	6	2,1742	161,33	0,56537	2,31804	14,61
	7	2,9993	307,58	0,59098	2,35619	14,86
	8	3,3377	641,95	0,85656	2,33471	14,72
	9	3,1776	809,13	0,88272	2,33140	14,70
continua						

TABELA 6 (Continuação)

ID MOD	D.A.	F	R ²	syx	syx%	
15	1	7,8165	189,70	0,59152	2,25733	12,17
	2	6,7725	117,60	0,47306	2,56386	13,82
	3	8,6573	188,44	0,58991	2,26180	12,19
	4	8,3423	96,72	0,59808	2,24775	12,12
	5	9,0604	229,83	0,61653	2,24389	12,10
	6	9,1266	114,12	0,60955	2,25216	12,14
	7	8,0886	199,27	0,68459	2,33417	12,58
	8	10,0360	721,62	0,91737	2,27438	12,26
	9	9,8941	889,03	0,93187	2,26970	12,23
16	1	2,2497	16,50	0,21023	2,21280	9,75
	2	3,0127	16,44	0,20960	2,21368	9,76
	3	1,9074	15,59	0,20096	2,22576	9,81
	4	4,0919	8,84	0,22464	2,21042	9,74
	5	2,4978	14,90	0,20009	2,22367	9,80
	6	3,6402	8,47	0,23511	2,21823	9,78
	7	2,8473	15,76	0,21215	2,21357	9,76
	8	3,2635	224,70	0,88049	2,24437	9,89
	9	3,2159	260,00	0,89501	2,24278	9,88
17	1	4,4479	61,90	0,37087	2,78858	13,79
	2	4,0685	47,99	0,31369	2,91254	14,40
	3	4,6141	60,45	0,36538	2,80071	13,85
	4	4,4677	31,16	0,37468	2,79345	13,81
	5	3,5410	62,15	0,35357	2,79363	13,82
	6	3,4816	31,34	0,37490	2,80495	13,87
	7	3,4076	61,79	0,38253	2,81016	13,90
	8	2,3809	214,96	0,80521	2,84076	14,05
	9	2,5568	259,26	0,83294	2,83783	14,03
20	1	1,5497	151,81	0,35485	3,33130	14,10
	2	2,3277	79,28	0,22314	3,65556	15,47
	3	1,5504	155,78	0,36079	3,31592	14,04
	4	1,5018	80,77	0,37006	3,29778	13,96
	5	2,5966	168,86	0,37206	3,30622	14,00
	6	2,4803	85,61	0,40132	3,32282	14,07
	7	2,5169	157,88	0,41879	3,40413	14,41
	8	3,4288	933,30	0,87159	3,39634	14,38
	9	3,2702	1098,69	0,88877	3,40896	14,43

continua

TABELA 6 (Continuação)

ID MOD	D.A.	F	R ²	syx	syx%
1	1,3258	14,88	0,14189	1,37872	4,70
2	1,3069	15,31	0,14534	1,37595	4,69
3	1,1967	12,75	0,12410	1,39294	4,75
4	1,5021	8,89	0,16650	1,36642	4,66
26 5	1,3247	12,96	0,12462	1,39135	4,74
6	1,6301	9,00	0,17330	1,36796	4,66
7	1,4511	15,01	0,14359	1,37826	4,70
8	1,7072	2410,76	0,98188	1,38072	4,70
9	1,6956	2655,38	0,98352	1,38029	4,70
1	1,0445	23,25	0,27928	2,24223	7,68
2	1,1612	24,13	0,28679	2,23051	7,64
3	0,9863	22,51	0,27279	2,25230	7,72
4	1,0674	11,52	0,28080	2,25877	7,74
27 5	0,7038	21,38	0,27206	2,25066	7,71
6	0,7857	10,75	0,28275	2,25887	7,74
7	0,7730	21,97	0,28088	2,24095	7,68
8	0,5653	249,17	0,89414	2,26754	7,77
9	0,59149	280,02	0,90469	2,26719	7,77

Já quanto ao erro padrão da estimativa, os valores em percentagem para os modelos testados oscilaram entre 4 e 17 %, considerando as idades de modo geral. Estes valores poderiam ser considerados aceitáveis para equações hipsométricas. No entanto é conveniente lembrar que trata-se de um valor medio, e como tal, pode representar não somente uma situação de estimativas sem tendenciosidade ao longo de toda distribuição, mas também uma situação de sub-estimativas na primeira metade da distribuição e super-estimativas na segunda metade ou vice-versa.

Os maiores valores de F contribuíram na escolha de modelos, quando a diferença entre valores de erro padrão da estimativa era muito pequena.

O teste da diferença agregada serviu apenas para

confirmar a escolha dos modelos mais adequados, não interferindo diretamente nesta escolha.

Depois de analisados esses estimadores de ajuste e precisão observou-se que os modelos logaritmicos e semi-logaritmicos 1, 5 e 7 forneceram os melhores resultados. Destacou-se também o modelo de Prodan, em especial quando não foi incluída a constante 1,30 (modelo 9).

Desta maneira, foram descartados os demais modelos e considerados apenas estes quatro modelos para a análise dos outros fatores. Tem-se então:

$$(1) h = b_0 + b_1 \ln d$$

$$(2) \ln h = b_0 + b_1 1/d$$

$$(3) \ln h = b_0 + b_1 \ln d$$

$$(4) d^2/h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

Feita a análise gráfica dos resíduos para estes modelos, verificou-se tendenciosidade nas estimativas em maior ou menor grau, conforme o grupo de dados. A tendência verificada foi a de sub-estimativas nas alturas menores e super-estimativas nas maiores. Nem mesmo o modelo 4 (acima) apresentou resultado melhor como era o esperado, já que a razão " d^2/h " e a inclusão de mais de uma variável independente poderia tornar a distribuição dos pontos mais constante ao longo da linha zero.

Atribuiu-se todos estes resultados a heterogeneidade dos grupos de dados que contem parcelas de diferentes sítios e de diferentes tratos silviculturais (época e intensidade de desbaste).

4.1.1 Inclusão da altura dominante nos modelos hipsométricos

Com o objetivo de minimizar os erros até então

encontrados, incluiu-se a altura dominante em alguns dos modelos (10, 11, 12 e 13 do item 3.2.4.1).

De um modo geral, os dois modelos que usam a razão por altura dominante apenas no primeiro termo (10 e 12):

$$(10) \ h/h_{dom} = b_0 + b_1 (\ln d)$$

$$(12) \ h/h_{dom} = b_0 + b_1 d + b_2 d^2,$$

e também o modelo 13 que usa a razão por altura dominante em toda a equação:

$$(13) \ h/h_{dom} = b_0 + b_1 d/h_{dom} + b_2 d^2/h_{dom},$$

apresentaram bons resultados (TABELA 7). Destacam-se os modelos 10 e 13 com os melhores valores de syx e syx %, e em especial o modelo 10, cujos valores de F são quase sempre superiores. Isto pode ser um bom indicativo para a escolha deste modelo.

Convém lembrar ainda, que um modelo com mais de uma variável independente (entenda-se mais de um termo independente) tende a ser mais flexível, abrangendo toda e qualquer pequena variação na distribuição dos dados. Este fato não é interessante para o que se quer analisar, pois diferenças significativas entre curvaturas poderiam não retratar a realidade do comportamento dos dados. Descartou-se portanto, o modelo 13 e optou-se pelo modelo 10, acima citado.

4.1.2 Comparação entre linhas de regressão

Escolhido o modelo, procedeu-se a análise de covariância para comparar as linhas de regressão por grupo de idade. Como exemplo, são apresentados na TABELA 8 os somatórios obtidos para as idades 4 e 5 anos.

Para testar a diferença entre as inclinações das linhas de regressão (coeficiente b_1) tem-se:

TABELA 7 : Estimadores de ajuste e precisão para os modelos com
razão por haom

ID	MOD	F	R ²	syx	syx%
4	10	104,090	0,2962	0,62492	11,3129
	11	113,277	0,3143	0,62730	11,3560
	12	52,434	0,2957	0,62325	11,2935
	13	134,789	0,5220	0,51619	9,3445
5	10	167,012	0,4182	0,71949	11,3367
	11	67,246	0,2229	0,85278	13,4290
	12	82,405	0,4134	0,71786	11,3111
	13	199,506	0,6322	0,59912	9,4402
6	10	151,062	0,4374	0,78808	9,5015
	11	56,440	0,2232	0,95395	11,5012
	12	73,349	0,4285	0,79345	9,5662
	13	127,594	0,5674	0,73740	8,8904
7	10	220,588	0,5427	0,74228	8,6939
	11	30,714	0,1384	1,01263	11,7653
	12	110,361	0,5418	0,75072	8,7222
	13	98,275	0,5126	0,77332	8,9848
8	10	121,020	0,4478	0,89888	9,7811
	11	34,699	0,1855	1,10292	12,0014
	12	64,572	0,4621	0,89182	9,7043
	13	61,008	0,4478	0,91462	9,9524
8c/ dsb	10	61,373	0,5057	1,07187	8,5224
	11	49,995	0,4537	1,13571	9,0363
	12	31,041	0,5045	1,07514	8,5544
	13	39,033	0,5632	0,99944	7,9520
9	10	42,731	0,2069	0,99001	7,4087
	11	9,823	0,0523	1,08446	8,1156
	12	21,670	0,2053	0,99099	7,4161
	13	17,174	0,1682	1,01377	7,5865
10	10	210,933	0,5343	1,01363	7,4149
	11	97,009	0,3441	1,22115	8,9330
	12	105,051	0,5381	1,01569	7,4301
	13	103,033	0,5272	1,01593	7,4318

continua

TABELA 7 (Continuação)

ID	MOD	F	R ²	syx	syx%
11	10	291,355	0,6534	1,02183	6,5080
	11	110,669	0,4159	1,34466	8,5640
	12	148,813	0,6575	1,01731	6,4792
	13	100,224	0,5631	1,15654	7,3659
12	10	172,830	0,4266	1,19428	8,1401
	11	38,504	0,1397	1,48259	10,1052
	12	87,495	0,4282	1,20113	8,1868
	13	119,041	0,5054	1,13469	7,7340
13	10	191,526	0,4942	0,95853	6,3727
	11	124,285	0,3873	1,07139	7,1298
	12	96,195	0,4940	0,95768	6,3730
	13	103,460	0,5124	0,94995	6,3216
14	10	436,169	0,6673	1,09103	6,8799
	11	21,137	0,0849	1,79035	11,2897
	12	227,697	0,6763	1,07499	6,7788
	13	116,459	0,5155	1,32989	8,3862
15	10	346,474	0,7235	1,36951	7,3826
	11	42,379	0,2387	2,25717	12,1678
	12	194,828	0,7460	1,29289	6,9696
	13	74,887	0,5282	1,79714	9,6879
16	10	45,925	0,4163	0,94669	4,1725
	11	4,364	0,0507	1,21962	5,3754
	12	23,959	0,4216	0,94256	4,1542
	13	17,1516	0,3440	1,00903	4,4472
17	10	38,330	0,2604	1,59129	7,8690
	11	0,072	0,0007	1,86429	9,2189
	12	19,511	0,2589	1,58995	7,8623
	13	12,400	0,1770	1,68639	8,3392
20	10	112,284	0,2866	2,41781	10,2355
	11	41,142	0,1266	2,65201	11,2269
	12	77,837	0,3568	2,27498	9,6308
	13	57,651	0,2903	2,36300	10,0034

continua

TABELA 7 (Continuação)

ID MOD	F	R ²	syx	syx%
26 10	6,947	0,0613	1,29204	4,4025
11	7,360	0,0653	1,28926	4,3930
12	3,618	0,0544	1,29707	4,4196
13	3,822	0,0584	1,29401	4,4092
27 10	6,157	0,0780	1,74310	5,9743
11	11,627	0,1484	1,67866	5,7533
12	3,002ns	0,0616	1,75964	6,0308
13	8,310	0,1933	1,62613	5,5733

$$F (1,474 \text{ G.L.}) = 2,41616$$

Este valor é considerado não significativo, e a partir daí, pode-se então testar a diferença entre intersecções (coeficiente b_0):

$$F (1,475 \text{ G.L.}) = 46,40914 **$$

Sendo este valor de F significativo, assume-se que os grupos de idade 4 e 5 anos não podem ser agrupados.

De acordo com os resultados desse teste (TABELA 10), não há uma caracterização de grupos bem definida por intervalos de desbaste, como seria conveniente para aplicação de modelos hipsométricos. Além disso, os testes acusaram a possibilidade de agrupar idades não consecutivas, por exemplo: idades 10 com 11, 10 com 12 mas não 11 com 12 (TABELA 9). Seguiu-se então o critério de agrupar somente por sequência de idade.

A influência da idade nas linhas de regressão é mais nítida quando analisadas as intersecções das mesmas (coeficientes b_0), que estão muito correlacionadas a amplitude de valores de altura dominante. Conforme FIGURA 4, verifica-se que o comportamento das linhas médias por grupo de idade obedece

a uma sequência crescente, quase sempre bem espaçada.

TABELA 8 : Análise de covariância para as idades 4 e 5 anos.

(modelo: $h/h_{aom} = b_0 + b_1 \ln d$).

GRUPOS					ERRO		
ID	GL	Σy^2	Σxy	Σx^2	GL	SQ	QM
4	245	3,43867	4,85845	22,95560	244	2,41040	
5	231	4,12889	6,81051	26,70464	230	2,39198	
				TOTAL	474	4,80238	0,010132
		DIF.P/	TESTAR	INCLIN.	1	0,02448	0,024479
476		7,56756	11,66636	49,66025	475	4,82686	0,010162
		DIF.P/	TESTAR	INTERS.	1	0,47160	0,471600
477		7,71655	11,15375	51,44817	476	5,29846	

TABELA 9 : Resultados da análise de covariância para testar a idade, aplicando o modelo : $h/h_{aom} = b_0 + b_1 \ln d$

IDADES	F(inclin.)	F(intersec.)
4-5	2,4162 ns	46,4091 **
4-6	0,3325 ns	51,5188 **
4-7	6,7599 **	120,8973
4-8	5,9914 *	103,3332
4-8c/	5,1872 *	59,3986
5-6	0,9651 ns	3,5137 ns
5-7	1,3053 ns	44,9288 **
5-8	1,5413 ns	39,2354 **
5-8c/	2,2616 ns	35,2047 **
6-7	4,8178 *	23,4553
6-8	4,5053 *	20,7152
6-8c/	4,6723 *	25,4386
7-8	0,1083 ns	0,0034 ns
7-8c/	1,2574 ns	10,5056 **
8-8c/	0,6342 ns	9,3569 **
8c/-9	10,2062 **	102,0133
8c/-10	3,5005 ns	3,4014 ns

continua

TABELA 9 (continuação)

IDADES	F(inclin.)	F(intersec.)
8c/-11	1,2073 ns	12,6320 **
8c/-12	6,8246 **	6,0808
8c/-13	9,9610 **	9,7533
8c/-14	2,8890 ns	31,8099 **
9-10	5,4688 *	0,7796
9-11	12,5892 **	4,6184
9-12	1,4221 ns	5,7891 *
9-13	1,2169 ns	7,8236 **
9-14	9,6594 **	29,0888
10-11	2,1438 ns	3,1933 ns
10-12	2,2482 ns	2,0214 ns
10-13	3,3036 ns	4,1168 *
10-14	0,4603 ns	26,3711
11-12	8,5250 **	0,0841
11-13	11,7929 **	0,4973
11-14	1,0023 ns	12,1582 *
12-13	0,0564 ns	0,1521 ns
12-14	5,9968 *	10,2765 **
13-14	7,9573 **	7,7598
13-15	28,8485 **	13,1061
13-16	0,4302 ns	1,1247 ns
13-17	0,8194 ns	0,9510 ns
13-20	0,2366 ns	11,2557 **
14-15	9,9082 **	1,8749
14-16	3,3136 ns	0,0250 ns
14-17	8,3786 **	4,8496
14-20	2,9409 ns	6,2819
15-16	10,6087 **	0,0729
15-17	20,7235 **	4,9097
15-20	13,2361 **	2,9358
16-17	0,0259 ns	2,0612 ns
16-20	0,2669 ns	2,3819 ns
17-20	1,0737 ns	10,1158 **
20-26	11,8351 **	2,6482
20-27	1,5724 ns	15,1089 **
26-27	1,7086 ns	7,8041 **

Já o coeficiente de inclinação (b_1) tem seu efeito mascarado pelo uso da altura dominante, especialmente quando analisa-se as idades de 4 a 6 anos, em que a inclusão desta variável não teve bom resultado. Nestas idades, o crescimento das árvores em altura é muito acentuado e as linhas de regressão tenderiam a ser mais íngremes se comparadas as idades em que ocorre estagnação do crescimento. O que ocorre com o uso da

TABELA 10 : Grupos de idade obtidos segundo a análise de covariância

GRUPO	IDADE	b ₀	b ₁	h _{dommed}
1	4	0,442566	0,211646	6,10
2	5-6	0,322291	0,233723	8,10
3	7-8	0,113867	0,292195	9,91
4	8c/desb.	-0,069215	0,342269	10,26
5	9	0,389952	0,182541	14,11
6	10-11	0,102994	0,273811	15,94
7	12-13	0,259369	0,219258	16,54
8	14	0,071435	0,274571	18,82
9	15	-0,152146	0,344678	20,74
10	16-17	0,358523	0,188343	21,51
11	20	0,191923	0,230487	24,40
12	26	0,777480	0,060156	29,60
13	27	0,512852	0,126819	29,79

razão "h/h_{dom}" é que toda a "nuvem de pontos" é abrangida por um feixe de linhas pouco inclinadas, enquanto o uso do modelo comum (1) é representado por uma única linha mais íngreme (FIGURA 5).

Para as demais idades, acredita-se que a inclinação das linhas não está mais tão ligada a idade, e sim ao tratamento destinado ao povoamento. Linhas mais íngremes podem acusar desbastes recentes e em contrapartida, linhas menos íngremes podem denunciar falta de desbaste. Neste caso, a inclinação estaria em função da densidade do povoamento, o que vem de encontro as conclusões feitas por SCHMIDT²⁷.

Outro aspecto a ser considerado é o desempenho das equações ajustadas por grupo de idade. FREESE¹⁸ comenta que quando as intersecções são comuns os resíduos serão superiores aos obtidos onde cada grupo assume uma intersecção, obviamente por forçá-los a ter uma intersecção comum. Quando usa-se a altura dominante este efeito é minimizado, pois ao invés de uma

FIGURA 4 : Comportamento das linhas médias para algumas classes de idade, obtidas com o modelo (10).

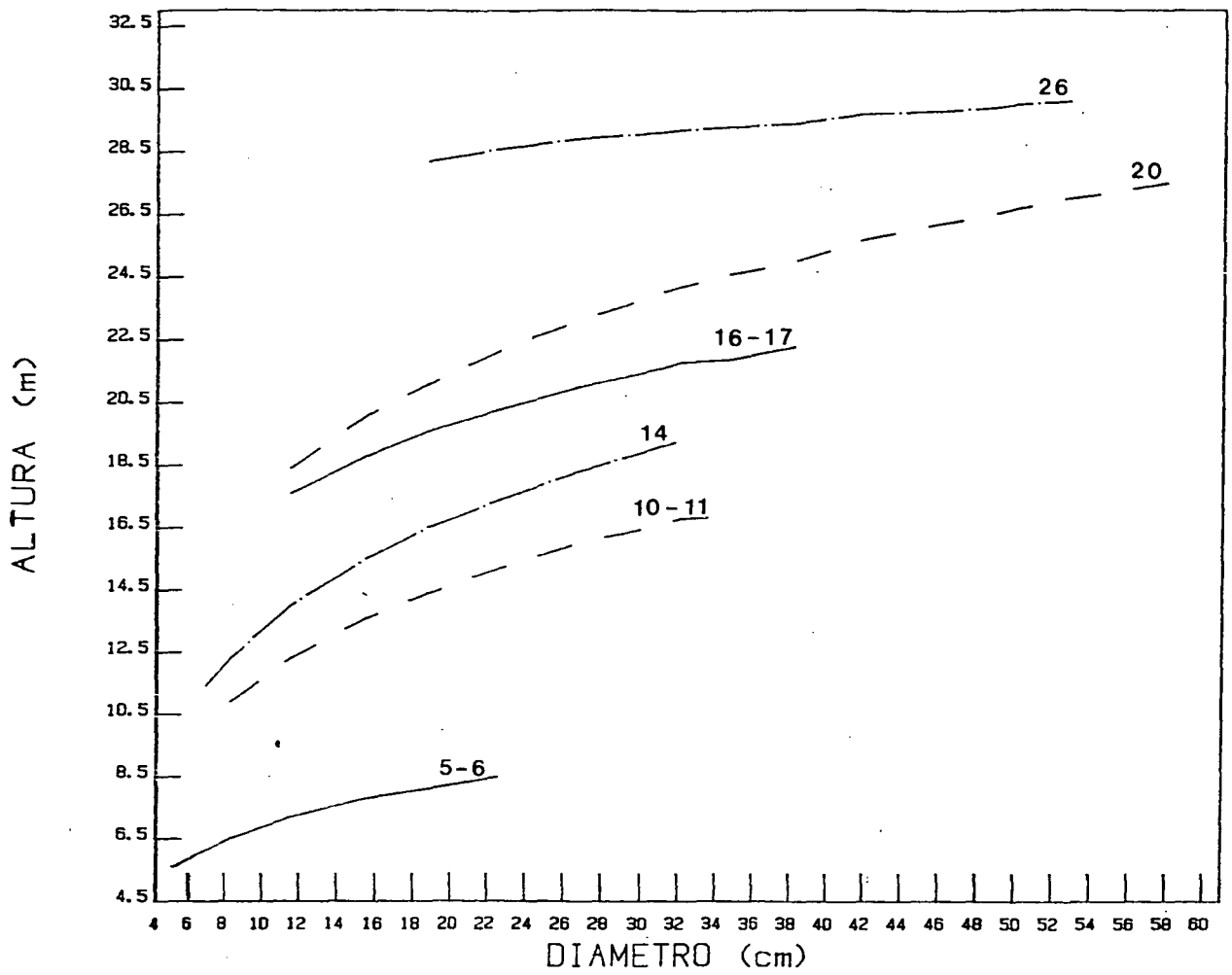
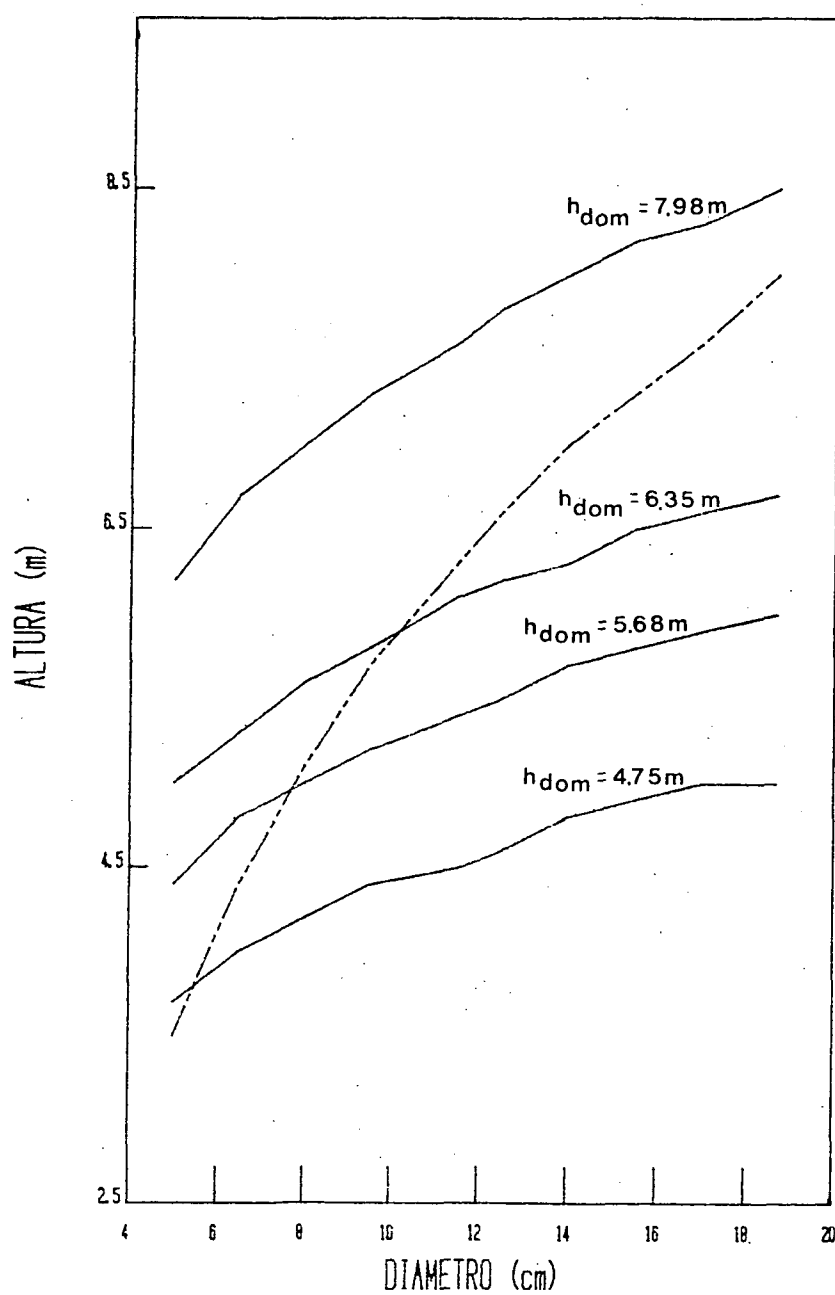


FIGURA 5 : Linhas de regressão para a idade 4 anos com o modelo (10) (uma para cada altura dominante - linhas cheias) e com o modelo (1) (linha tracejada).



Única intersecção, existirão tantas intersecções quantos forem os valores de altura dominante ($b_0 \cdot h_{dom}$) (FIGURAS 2 e 3 ANEXO).

Conforme TABELA 11, os valores de syx e $syx\%$ para um agrupamento de idades resultam em médias aproximadas dos valores destes estimadores para idades separadas. Os valores de R^2 mantem-se praticamente os mesmos, o que faz concluir que baixos valores de R^2 anteriormente verificados não eram devido ao número de pontos amostrais e sim devido a distribuição dos mesmos. Os altos valores de F em todos os grupos superiores aos anteriormente obtidos, podem ser indicativos de que a variação dos dados é bem explicada pelo modelo.

TABELA 11 : Resultados das regressões para os grupos de idade

IDADE	F	R^2	syx	$syx\%$
5-6	328,856	0,4355	0,752024	10,4522
7-8	339,732	0,5035	0,816417	9,2081
10-11	475,811	0,5842	1,021771	6,9990
12-13	362,417	0,4584	1,089204	7,3424
16-17	68,295	0,2836	1,392362	6,5846

Analisando agora todos os dados num único grupo (TABELA 12), os resultados levam a concluir que o alto valor de R^2 para o modelo 1 é devido ao fato de que os dados cobrem toda a extensão da linha de regressão. Já a precisão das estimativas é baixa devido as condições de idade, sítio e densidade em que se encontra o conjunto de dados.

Para o modelo 10 ($h/h_{dom} = b_0 + b_1 \ln d$), o valor de R^2 é mais baixo em relação ao modelo 1 ($h = b_0 + b_1 \ln d$) porque em algumas idades a inclusão da altura dominante produziu um efeito

negativo, conforme verificado anteriormente. O efeito da heterogeneidade dos dados não é totalmente absorvido pela altura dominante e possivelmente outras variáveis deveriam ser incluídas. Estudos neste sentido são abordados no item sobre equações genéricas (item 4.6).

TABELA 12 : Resultados das regressões para todo o conjunto de dados

MODELO	F	R ²	syx	syx%
1	7461,442	0,7168	3,67254	25,6458
10	1331,409	0,3110	1,41717	9,8963

4.1.3 Comparação de médias da relação h/d

Com os grupos formados após a análise de covariância, procedeu-se a comparação das médias de valores h/d. O modelo para a estimativa de altura foi o modelo 10 e a altura dominante considerada foi a média por grupo de idade. Na TABELA 13 tem-se um resumo dos resultados obtidos.

De acordo com o teste de Duncan, não há uma distinção muito definida entre as médias de h/d por grupo de idade. Desconsiderando as classes de idade extremas (4, 5-6, 26 e 27 anos) em que o modelo escolhido não produziu um bom efeito, as demais poderiam ser consideradas estatisticamente iguais, não fosse o grupo de idade 8 anos-com desbaste.

A relação h/d média é crescente com o aumento da idade, devido a configuração também crescente das linhas de regressão por classe de idade. Observe-se que em idades acima de 15 anos, a existência de árvores nas classes dominada e co-dominada,

TABELA 13 : Resumo de resultados para comparação de médias de valores h/d

IDADE	S ²	X _{MED}	T.DUNCAN
14	0,1153	0,941	a
16-17	0,1225	0,939	a
15	0,0921	0,930	a
26	0,1233	0,926	a
20	0,2012	0,868	ab
12-13	0,1726	0,815	abc
10-11	0,0841	0,783	abcd
27	0,0151	0,764	abcd
7-8	0,0736	0,681	abcd
9	0,0421	0,668	abcd
5-6	0,0772	0,640	*bcd
4	0,0515	0,567	**cd
8c/desb.	0,0100	0,522	***d

ainda que em pequeno número, tende a gerar valores de h/d próximos e até mesmo superiores a 1, devido aos baixos valores de DAP nestas classes. Esta deve ser a principal causa das elevadas médias de h/d para tais classes.

Há de se considerar também que os valores de h/d aqui analisados, por serem valores médios, representam uma grande variação conforme as classes diamétricas. Esse aspecto é discutido no item 4.4.3.

4.2 ANÁLISE DO FATOR SÍTIO

4.2.1 Estabelecimento das classes de sítio

Segundo a classificação de sítio proposta por SCOLFARO & MACHADO²⁹, estabeleceram-se os sub-grupos para análise deste fator (TABELA 14). Sub-grupos cuja representatividade foi muito pequena, e que, depois de submetidos ao ajuste dos modelos

TABELA 14 : Numero de parcelas por grupo de idade e classe de sítio

IDADE	CLASSE DE SITIO		
	I	II	III
4	1	7	3
5-6	1	15	5
7-8	-	9	6
8c/desb.	1	2	-
9	-	8	-
10-11	3	14	-
12-13	1	14	5
14	-	7	2
15	1	4	-
16-17	2	5	1
20	3	8	1
26	1	3	-
27	1	3	-

apresentaram valores de F não significativos ao nível 0,05 de probabilidade não foram submetidos a análise de covariância.

4.2.2 Ajuste dos modelos

Os modelos testados nesta fase foram os quatro selecionados na fase inicial da análise da idade e os resultados constam na TABELA 15. Novamente a escolha do modelo mais adequado foi bastante difícil, especialmente ao analisar os gráficos dos resíduos (FIGURAS 4, 5 e 6 ANEXO). Verificou-se tendenciosidade em todos os sub-grupos sendo em alguns, bastante acentuada.

Nota-se pela TABELA 15, valores bastante elevados de F e R^2 para o modelo 4, o que poderia levar a crer que este fosse o melhor modelo. No entanto, os valores de syx e syx % para os dados retransformados assemelham-se aos dos demais modelos,

TABELA 15 : Estimadores de ajuste e precisão por classe de idade e de sítio

IDADE	SÍTIO	MODELO	F	R ²	syx	syx%
4	I	1	40,645	0,6760	0,72190	10,3573
		2	46,319	0,7046	0,71701	10,2871
		3	44,270	0,6949	0,73962	10,6115
		4	169,811	0,9467	0,73922	10,6058
4	II	1	326,513	0,6705	0,57307	9,9369
		2	289,038	0,6429	0,60169	10,4331
		3	361,244	0,6925	0,55759	9,6687
		4	1040,718	0,9286	0,56170	9,7398
4	III	1	117,936	0,6463	0,48231	10,7733
		2	115,685	0,6418	0,48240	10,7753
		3	112,877	0,6361	0,48857	10,9132
		4	478,568	0,9372	0,48812	10,9030
5-6	I	1	124,464	0,8546	0,57317	6,3912
		2	177,854	0,8939	0,53049	5,9153
		3	107,384	0,8351	0,66915	7,4614
		4	648,590	0,9840	0,51384	5,7296
5-6	II	1	402,269	0,5714	1,02532	12,9370
		2	335,110	0,5261	1,06693	13,4620
		3	419,844	0,5819	1,00605	12,6938
		4	1741,429	0,9204	1,00822	12,7213
5-6	III	1	283,246	0,7365	0,52027	10,8148
		2	260,883	0,7201	0,53559	11,1331
		3	288,927	0,7403	0,50992	10,5995
		4	677,132	0,9305	0,51439	10,6924
7-8	II	1	201,174	0,5130	1,00006	10,1016
		2	211,571	0,5257	1,00450	10,1465
		3	208,725	0,5223	1,00951	10,1971
		4	1693,881	0,9469	1,01166	10,2188
7-8	III	1	150,412	0,5110	0,93177	12,4316
		2	133,659	0,4812	0,94890	12,6602
		3	150,096	0,5104	0,92348	12,3211
		4	489,977	0,8724	0,92644	12,3605

continua

TABELA 15 (Continuação)

IDADE	SÍTIO	MODELO	F	R ²	syx	syx%
8c/desb	I	1	34,668	0,6393	1,04721	7,6272
		2	36,726	0,6528	1,05869	7,7108
		3	38,742	0,6652	1,04504	7,6114
		4	143,745	0,9376	1,08809	7,9249
8c/desb	II	1	45,264	0,5316	0,94932	7,9192
		2	51,782	0,5656	0,93729	7,8189
		3	47,045	0,5414	0,96035	8,0112
		4	422,130	0,9557	0,93584	7,8068
10-11	I	1	88,654	0,6060	1,17792	6,9332
		2	110,604	0,6579	1,15893	6,8214
		3	95,331	0,6233	1,19684	7,0445
		4	665,150	0,9589	1,17307	6,9046
10-11	II	1	269,875	0,4899	1,46546	10,3894
		2	282,046	0,5009	1,46825	10,4092
		3	279,302	0,4985	1,47600	10,4642
		4	2244,270	0,9413	1,48071	10,4975
12-13	I	1	13,521	0,4241	1,05866	5,3558
		2	13,073	0,4153	1,06658	5,3959
		3	13,607	0,4258	1,05764	5,3506
		4	505,427	0,9834	1,09098	5,5193
12-13	II	1	189,539	0,3940	1,50719	9,5989
		2	223,105	0,4337	1,49979	9,5518
		3	208,291	0,4168	1,51794	9,6674
		4	2640,396	0,9479	1,50797	9,6039
12-13	III	1	127,589	0,5176	1,25183	10,4605
		2	130,530	0,5833	1,26276	10,5518
		3	125,593	0,5136	1,25727	10,5059
		4	1045,059	0,9465	1,29937	10,8578
14	II	1	118,494	0,4360	2,05672	11,8438
		2	159,926	0,5111	2,02765	11,6764
		3	130,657	0,4603	2,10602	12,1277
		4	757,509	0,9087	2,00005	11,5175

continua

TABELA 15 (Continuação)

IDADE	SÍTIO	MODELO	F	R ²	syx	syx%
14	III	1	92,370	0,5881	1,35280	10,9888
		2	87,755	0,5755	1,38118	11,2193
		3	92,513	0,5885	1,35185	10,9810
		4	714,254	0,9571	1,40917	11,4466
15	I	1	16,950	0,4437	0,93116	4,1107
		2	20,851	0,4981	0,89779	3,9633
		3	17,212	0,4477	0,94069	4,1527
		4	958,460	0,9897	0,83204	3,6731
15	II	1	186,535	0,6257	1,99794	11,2362
		2	208,274	0,6512	1,99397	11,2139
		3	181,809	0,6196	2,05918	11,5806
		4	1006,946	0,9477	2,02421	11,3840
16-17	I	1	30,265	0,4165	1,01521	4,1988
		2	29,682	0,4116	1,01940	4,2161
		3	30,368	0,4174	1,01548	4,1999
		4	1059,856	0,9810	1,02910	4,2563
16-17	II	1	79,206	0,4112	2,09329	10,0349
		2	92,134	0,4486	2,07045	9,9224
		3	82,745	0,4219	2,12308	10,1746
		4	549,385	0,9073	2,10247	10,0759
16-17	III	1	0,669ns	0,0226	1,86206	12,2857
		2	0,706ns	0,0200	1,87184	12,3503
		3	0,818ns	0,0123	1,86496	12,3049
		4	132,569	0,9461	1,99991	13,1953
20	I	1	110,592	0,5969	2,45063	9,4430
		2	183,337	0,7113	2,39188	9,2166
		3	130,571	0,6365	2,57662	9,9284
		4	620,209	0,9436	2,45738	9,4690
20	II	1	77,637	0,2975	2,37147	10,0002
		2	93,113	0,3373	2,33274	9,8369
		3	80,017	0,3039	2,40256	10,1313
		4	1274,220	0,9336	2,40461	10,1399

continua

TABELA 15 (Continuação)

IDADE	SÍTIO	MODELO	F	R ²	syx	syx%
20	III	1	2,212ns	0,0571	1,37319	9,4703
		2	2,187ns	0,0560	1,38165	9,5286
		3	2,471ns	0,0685	1,37363	9,4733
		4	116,513	0,9203	1,40433	9,6851
26	I	1	7,299	0,2395	0,86108	2,8232
		2	18,972	0,2850	0,84184	2,7602
		3	7,498	0,2452	0,86329	2,8305
		4	1523,027	0,9935	0,84734	2,7782
26	II	1	5,085	0,0551	1,39289	4,8019
		2	4,374	0,0460	1,40090	4,8295
		3	5,288	0,0577	1,39293	4,8020
		4	1976,464	0,9826	1,42835	4,9242
27	I	1	16,569	0,3206	1,72467	5,6492
		2	17,756	0,3368	1,71926	5,6315
		3	17,044	0,3271	1,72811	5,6605
		4	286,780	0,9454	1,75221	5,7394
27	II	1	0,586ns	0,0156	2,26561	8,2279
		2	0,618ns	0,0143	2,26745	8,2346
		3	0,614ns	0,0145	2,26767	8,2354
		4	96,638	0,8763	2,31871	8,4207

sendo em alguns casos até superiores. A análise gráfica dos resíduos para a maioria dos sub-grupos também não apresenta melhoras com o uso desse modelo (como exemplo ver FIGURAS 7 e 8 ANEXO).

Considerando também o fato de que modelos pouco flexíveis podem apresentar resultados mais nítidos para análises como esta, procedeu-se a escolha do modelo mais adequado para cada grupo de idade excluindo o modelo 4 e desconsiderando as classes de sítio cujos modelos apresentaram valor de F não significativo ou R² próximo de zero (TABELA 16).

TABELA 16 : Modelos escolhidos por classe de idade para proceder
a análise do sítio

IDADE	SÍTIO	MODELO	b_0	b_1
4	I	2	2,414884	-5,400530
	II		2,226640	-4,595763
	III		2,081609	-4,146371
5-6	I	1	-2,447630	4,323491
	II		-1,971675	3,874698
	III		-1,578343	3,086908
7-8	II	3	1,266712	0,372652
	III		0,584576	0,535152
8c/desb	I	3	1,216046	0,470123
	II		1,374507	0,387382
10-11	I	2	3,197742	-7,525356
	II		2,973257	-6,238212
12-13	I	2	3,218331	-5,616537
	II		3,048575	-6,453188
	III		2,848626	-6,212502
14	II	2	3,265762	-9,581898
	III		2,864301	-5,925309
15	I	2	3,32855	-5,037414
	II		3,306754	-8,606257
16-17	I	2	3,368224	-4,724363
	II		3,402038	-9,254845
20	I	2	3,640279	-10,809354
	II		3,422564	-7,837368

4.2.3 Comparação entre linhas de regressão

Conforme TABELA 17 e também FIGURAS 6 a 9, verifica-se que para a maioria das idades não há efeito do sítio na inclinação das linhas de regressão, existindo sim um efeito acentuado na intersecção. Porém, a exceção das idades 7 e 8 anos, nas demais idades em que a diferença entre inclinações foi considerada significativa (5-6, 14 e 20), é nítida a situação de que em sítios bons a linha é mais íngreme se comparada a linha para sítio ruim.

Nota-se também tendência crescente das linhas do pior ao melhor sítio em cada classe de idade, o que confirma a aplicabilidade da classificação de sítios utilizada.

4.2.4 Comparação entre médias de relação h/d

Como exemplo do procedimento adotado nesta análise, tem-se na TABELA 18 os cálculos referentes ao grupo de idade 5-6 anos.

O valor de λ^2 calculado neste caso igual a 1,86953, não é estatisticamente significativo. Assume-se portanto que as variâncias dos grupos são homogêneas. Caso isto não ocorresse, o próximo passo seria a transformação dos dados e novamente aplicação do teste de Bartlett. Procede-se então a análise de variância, cujo valor calculado para o referido grupo de idade é 0,8009. Como é um valor menor do que 1 pode-se considerá-lo não significativo. O mesmo resultado é obtido da tabela para F menor do que 1, com 2 e 18 graus de liberdade.

TABELA 17 : Resultados da análise de covariância para o fator
sítio

IDADE	SÍTIO	F(inclin.)	F(inters.)
4	IeII	0,9208 ns	21,1973 **
	IeIII	1,0143 ns	38,7558 **
	IleIII	0,0349 ns	24,3141 **
5-6	IeII	0,4072 ns	10,1207 **
	IeIII	9,3838 **	193,0843
	IleIII	4,5371 *	103,2475
7-8	IleIII	11,0403 **	352,0560
8c/desb	IeII	0,7404 ns	14,4711 **
10-11	IeII	1,2380 ns	116,8592 **
12-13	IeII	0,1082 ns	81,5227 **
	IeIII	0,0376 ns	191,7925 **
	IleIII	0,1455 ns	249,2139 **
14	IleIII	13,5010 **	107,6688
15	IeII	4,9174 ns	37,1290 **
16-17	IeII	4,9174 ns	74,7220 **
20	IeII	6,4687 *	64,0368

Ainda que o teste F tenha acusado diferenças não significativas entre médias, o teste de Duncan foi aplicado utilizando dois comparadores: um para a situação em que existem três médias envolvidas e outro para duas médias.

FIGURA 6 : Comportamento das linhas de regressão por classe de sítio para a idade 4 anos.

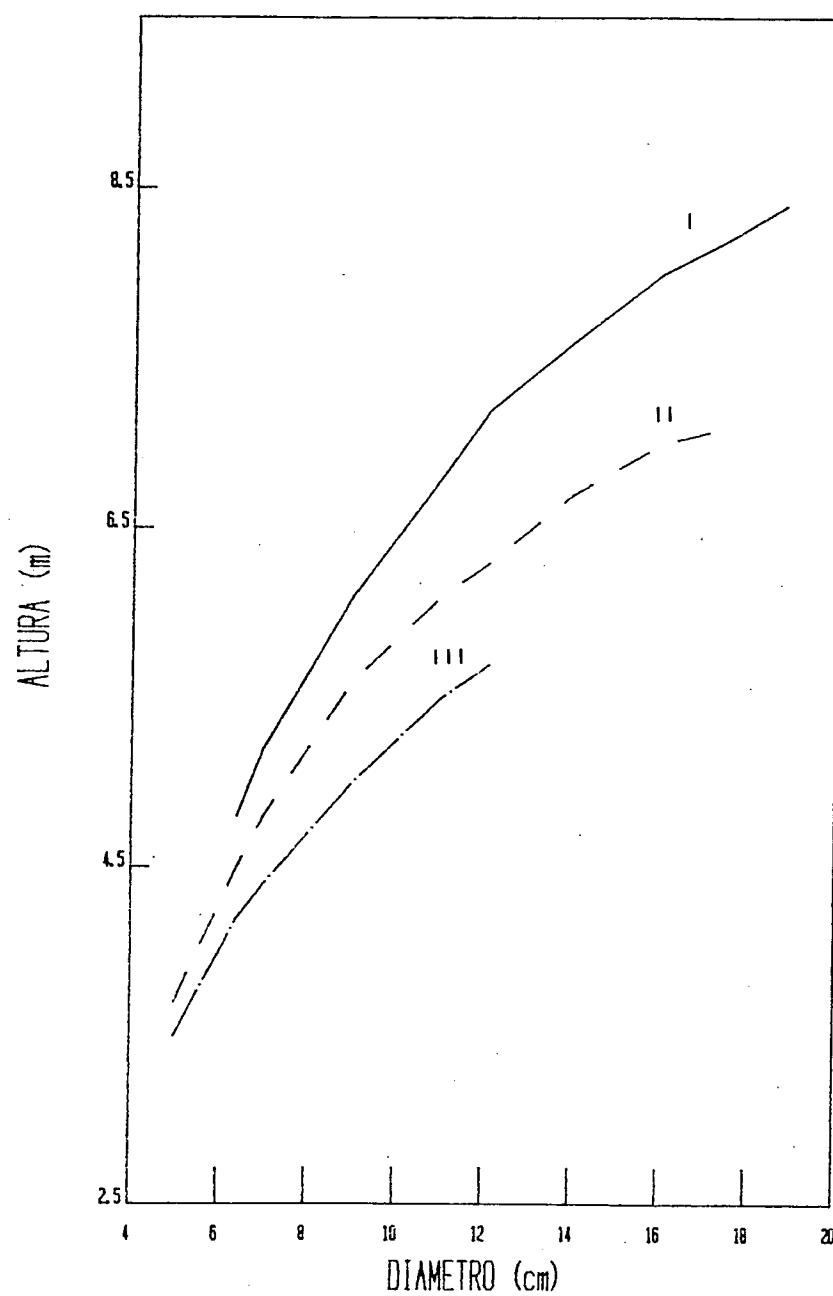


FIGURA 7 : Comportamento das linhas de regressão por classe de sítio para o grupo de idade 12-13 anos.

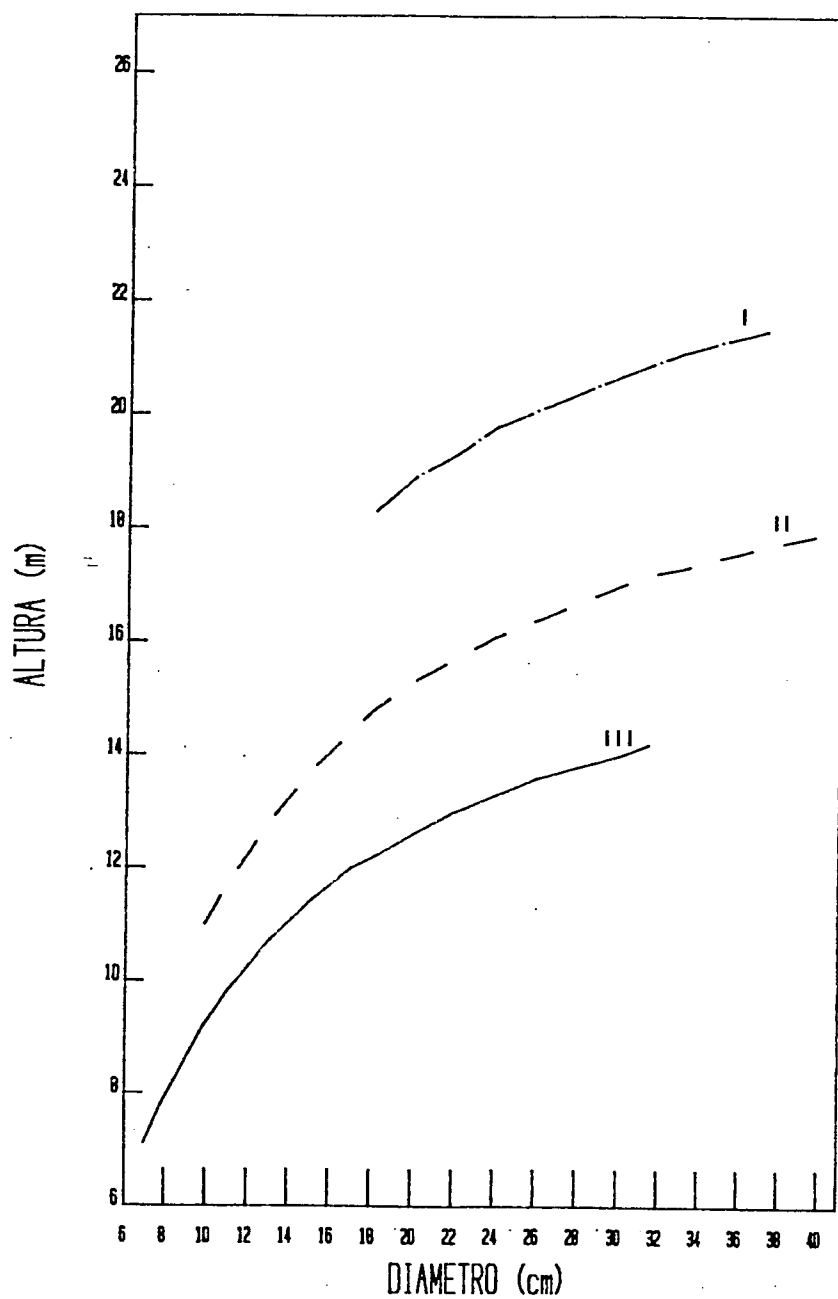


FIGURA 8 : Comportamento das linhas de regressão por classe de sítio para o grupo de idade 16-17 anos.

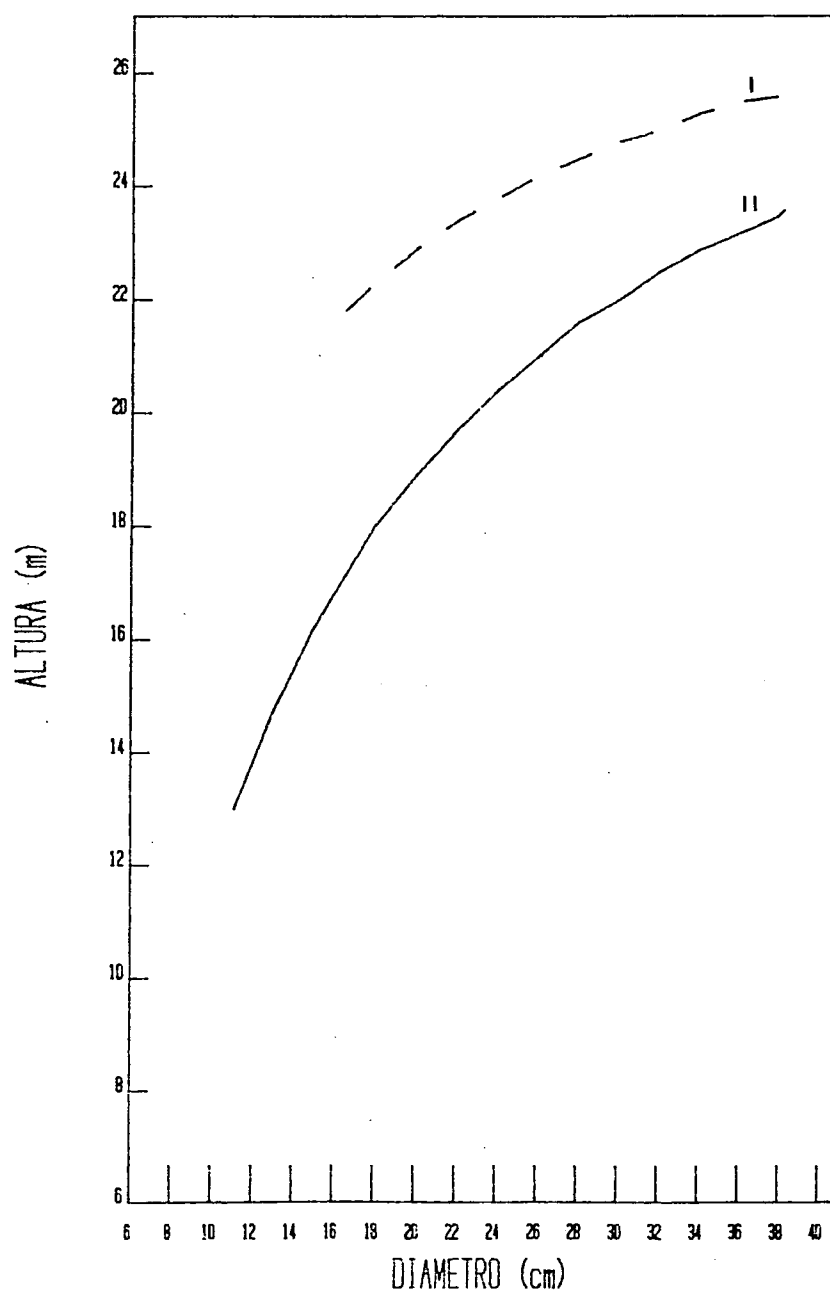


FIGURA 9 : Comportamento das linhas de regressão por classe de sítio para a idade 20 anos.

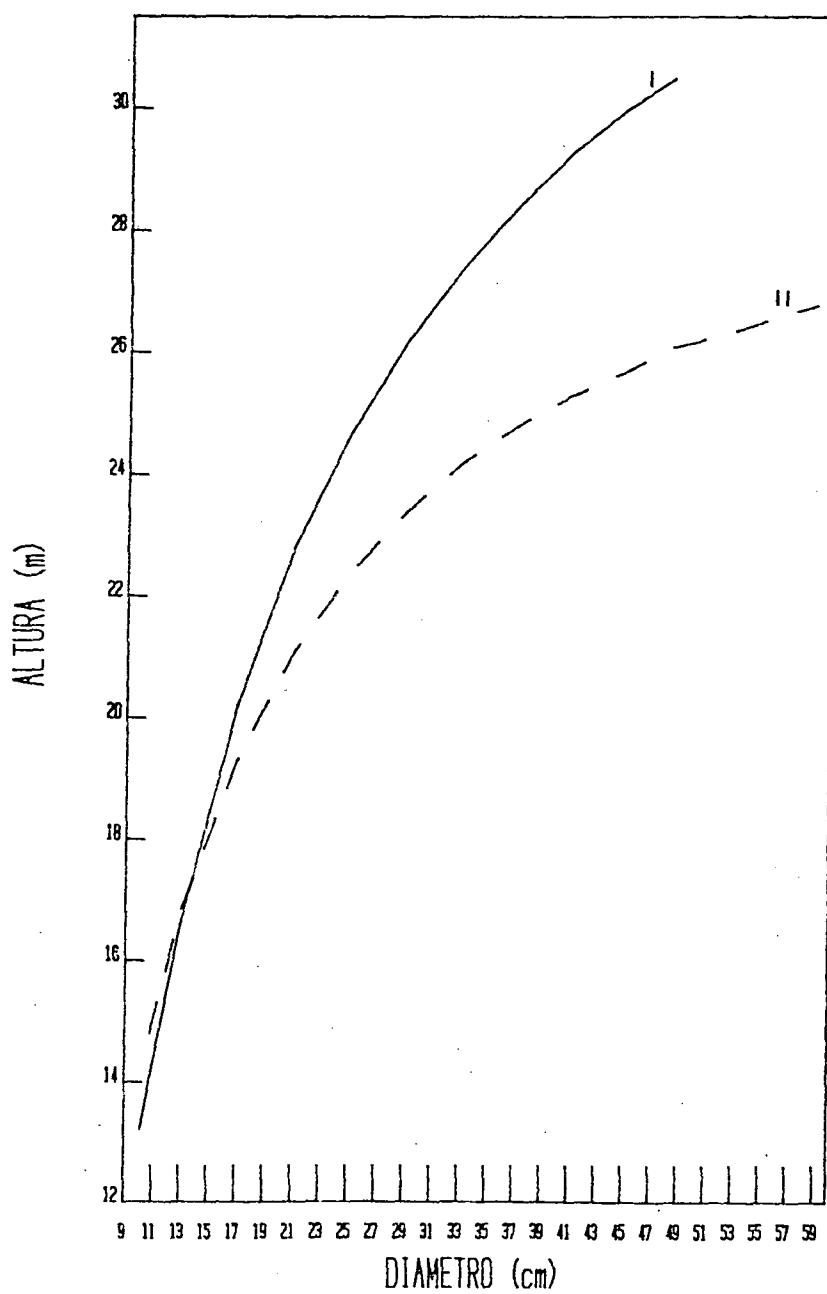


TABELA 18 : Diâmetro, relação h/d média e variância para as três classes de sítio no grupo de idade 5-6 anos

SÍTIOS					
I		II		III	
DAP	H/DAP	DAP	H/DAP	DAP	H/DAP
7,0	0,85	4,8	0,85	4,8	0,67
9,4	0,77	7,7	0,77	6,3	0,65
11,9	0,69	10,7	0,67	7,8	0,61
14,3	0,63	13,7	0,59	9,4	0,56
16,8	0,58	16,6	0,53	10,9	0,53
19,2	0,53	19,6	0,48	12,5	0,49
21,6	0,50	22,6	0,44	14,0	0,46
X _{MED}	0,65		0,62		0,57
S ²	0,01637		0,02315		0,00635
LOG(S ²)	-1,78604		-1,63549		-2,19674
SOMA	4,55		4,33		3,97
SOMA ²	3,0557		2,8173		2,2897
n-1	6		6		6
SOMA _{TOT}	12,85				
SOMA ² _{TOT}	8,1627				

Os comparadores para o grupo de idade 5-6 anos são:

$$D_3 = 3,12. \frac{0,0152905}{7} = 0,1458 \quad \text{para } \alpha = 0,05$$

$$D_2 = 2,97. \frac{0,0152905}{7} = 0,1388 \quad \text{para } \alpha = 0,05$$

Colocando as médias em ordem decrescente, tem-se as diferenças a serem testadas:

	I	II
	0,65	0,62
III 0,57	0,08	0,05
II 0,62	0,03	-

O valor 0,08 é comparado ao valor D_3 e considerado não significativo ao nível α estabelecido. O mesmo ocorre com o valor 0,05 quando é comparado ao valor D_2 .

Assume-se portanto que a relação h/d não difere significativamente para os três sítios nesse grupo de idade.

Os demais resultados dos testes de comparação de médias estão nas TABELAS 19, 20, 21 e 22. Mesmo quando verificado valor de F não significativo, as médias foram submetidas ao teste de Duncan que consta nas tabelas somente para as situações em que sua aplicação detectou diferenças significativas entre médias.

Nota-se destas tabelas, que a relação h/d não é afetada significativamente pelo sítio. Aliás este resultado já era esperado, uma vez que não foram verificadas diferenças significativas entre as inclinações das linhas de regressão em cada grupo de idade.

Na análise dos grupos de idade para o sítio I (TABELA 20), o teste de Duncan detectou diferenças entre médias de valores h/d , praticamente definindo dois sub-grupos: um abrangendo idades até 13 anos (exceto grupo 10-11 anos e outro abrangendo idades de 10 a 20 anos (exceto grupo 12-13 anos). Admitindo tal resultado sem levar em conta que o F para este conjunto de médias foi considerado não significativo, torna-se necessário explicá-lo.

Especificamente neste conjunto de dados (pertencente a um sítio bom), as médias de h/d diretamente proporcionais a idade podem ser atribuídas simplesmente ao fato de que o crescimento em altura é maior nas idades iniciais, enquanto o diâmetro cresce mais acentuadamente em idades mais avançadas, propiciando

valores de h/d próximos de 1.

TABELA 19 : Resultado da comparação entre médias da relação h/d
por classe de idade e entre sítios

IDADE	SÍTIO	S ²	λ^2	F	XMED
4	I	0,0126	0,7631 ns	0,1860 ns	0,589
	II	0,0156			0,564
	III	0,0074			0,585
5-6	I	0,0161	2,2205 ns	0,7689 ns	0,653
	II	0,0226			0,624
	III	0,0062			0,572
7-8	I	0,0911	c/transf log: 1,0880 ns	3,3721 ns	0,749
	II	0,0911			0,538
	III	0,0102			0,538
8c/desb	I	0,0131	0,0244 ns	0,3871 ns	0,724
	II	0,0149			0,685
10-11	I	0,0314	0,1753 ns	1,0924 ns	0,846
	II	0,0541			0,731
12-13	I	0,0243	0,9799 ns	0,2334 ns	0,762
	II	0,0567			0,711
	III	0,0431			0,689
14	II	0,0287	0,3743 ns	0,2137 ns	0,749
	III	0,0484			0,701
15	I	0,0331	0,0783 ns	0,0164 ns	0,874
	II	0,0420			0,887
16-17	I	0,0533	0,0775 ns	0,4177 ns	0,941
	II	0,0421			0,865
20	I	0,0631	0,1811 ns	0,7893 ns	0,936
	II	0,1095			0,796

TABELA 20 : Resultado da comparação entre médias da relação h/d
para a classe de sítio I, entre classes de idade

IDADE	S ²	X _{MED}	T.DUNCAN
16-17	0,0533	0,941	a
20	0,0631	0,936	a
15	0,0331	0,874	ab
10-11	0,0314	0,846	abc
12-13	0,0243	0,762	abcd
8c/desb	0,0131	0,724	*bcd
5-6	0,0162	0,653	**cd
4	0,0127	0,589	***d
<hr/>			
$\lambda^2 = 7,2909$ ns $F = 3,8244$ ns			

TABELA 21 : Resultado da comparação entre médias de relação h/d
para a classe de sítio II entre classes de idade

IDADE	S ²	X _{MED}
15	0,0419	0,887
16-17	0,0421	0,865
20	0,1096	0,796
14	0,0287	0,750
7-8	0,0912	0,750
10-11	0,0541	0,731
12-13	0,0568	0,711
8c/desb	0,0149	0,685
5-6	0,0226	0,624
4	0,0156	0,564
<hr/>		
$\lambda^2 = 11,3993$ ns		
$F = 1,4725$ ns		

TABELA 22 : Resultado da comparação entre médias de relação h/d
para a classe de sítio III, entre classes de idade

IDADE	S ²	X _{MED}
14	0,0484	0,701
12-13	0,0431	0,689
4	0,0074	0,585
5-6	0,0062	0,572
7-8	0,0103	0,538
$\lambda^2 = 4,6198$ ns		
$F = 1,6367$ ns		

4.3 ANÁLISE DO FATOR DENSIDADE

A classificação por número de árvores por hectare definida no item 3.2.5 gerou os sub-grupos apresentados na TABELA 23. Estes foram submetidos ao ajuste dos quatro modelos selecionados durante a fase inicial da análise do fator idade.

Conforme TABELA 24 e também análise gráfica dos resíduos (FIGURAS 9, 10 e 11 ANEXO) optou-se por trabalhar com o modelo 3 nas três classes de idade (TABELA 25), por ser o modelo mais adequado para a maioria dos sub-grupos.

Segundo a análise de covariância (TABELA 26), há uma grande influência da densidade no comportamento das linhas de regressão, predominantemente quanto a inclinação. Isto é comprovado pelas FIGURAS 10 a 12 e, com exceção do sub-grupo de idade 5 e 6 anos e densidade III, as demais linhas tendem a ser mais íngremes para densidades maiores.

Isto pode ser explicado pelo fato de que para estas idades, povoamentos muito densos tendem naturalmente a apresentar árvores de diâmetros menores, se comparadas com

TABELA 23 : Número de parcelas por classe de idade e de número de árvores por hectare.

NÚMERO DE ÁRVORES			
	I	II	III
IDADE	1216-1693	1634-2171	2172-2650
4	-	4	3
5-6	3	7	14
7-8	3	9	4

árvores de povoamentos pouco densos, onde a concorrência por espaço é menor e o crescimento em diâmetro é mais acentuado. Esta situação está de certa forma, em conformidade com afirmativa de CLUTTER *et alii*¹¹(item 2.2).

Há de se considerar ainda que estes resultados teriam maior confiabilidade se fosse aplicada a classificação de sítio. Porém tal classificação para esta análise foi impossível devido a baixa representatividade que os sub-grupos teriam. Além disso, como o efeito do sítio nos grupos de idade 4, 5-6 e 7-8 é mais acentuado quanto a intersecção, acredita-se que não haveriam interferências importantes desse fator.

4.4 ANÁLISE DO FATOR POSIÇÃO SOCIOLÓGICA

4.4.1 Estabelecimento das classes sociológicas

Para a análise deste fator, depois de estabelecidos os limites de classe em cada um dos grupos de idade testados (TABELAS 27 e 28), a amplitude de DAP por classe pareceu pequena

TABELA 24 : Estimadores de ajuste e precisão por classe de idade e de densidade

IDADE	DENS.	MODELO	F	R ²	syx	syx%
4	II	1	209,422	0,7103	0,6605	12,3094
		2	182,684	0,6813	0,7061	13,1583
		3	234,385	0,7330	0,6320	11,7771
		4	651,418	0,9387	0,6273	11,6898
4	III	1	284,828	0,8067	0,6898	12,7961
		2	307,280	0,8183	0,7051	13,0780
		3	339,113	0,8326	0,6988	12,9613
		4	459,466	0,9310	0,7004	12,9922
5-6	I	1	86,062	0,6117	0,9831	11,2813
		2	78,527	0,5894	1,0189	11,6929
		3	92,782	0,6296	0,9788	11,2320
		4	564,975	0,9543	0,9953	11,4210
5-6	II	1	471,947	0,7696	1,0599	14,6221
		2	501,277	0,7801	1,0604	14,6302
		3	478,404	0,7720	1,1288	15,5738
		4	900,387	0,9273	1,0676	14,7304
5-6	III	1	752,105	0,7159	0,8860	13,4084
		2	676,527	0,6939	0,9436	14,2793
		3	901,567	0,7514	0,8375	12,6739
		4	1512,315	0,9103	0,8319	12,5886
7-8	I	1	30,865	0,3115	0,9109	10,0267
		2	26,674	0,2801	0,9335	10,2767
		3	31,888	0,3188	0,9048	9,9608
		4	300,294	0,9007	0,9886	10,8836
7-8	II	1	310,399	0,6258	1,1362	13,1006
		2	244,460	0,5682	1,1896	13,7166
		3	311,982	0,6270	1,1122	12,8234
		4	1203,269	0,9286	1,1210	12,9251
7-8	III	1	49,110	0,3205	1,9757	23,3638
		2	47,869	0,3148	2,0009	23,6647
		3	50,021	0,3246	1,9785	23,3998
		4	73,491	0,5870	2,0340	24,0561

TABELA 25 : Coeficientes b_0 e b_1 para o modelo 3 ($\ln h = b_0 + b_1 \ln d$) nas três classes de densidade e de idade

IDADE	DENSIDADE	b_0	b_1
4	II	0,431220	0,575932
	III	0,040914	0,731967
5-6	I	1,080838	0,405949
	II	-0,017683	0,804137
	III	0,213725	0,688530
7-8	I	1,346289	0,303612
	II	0,711871	0,539765
	III	0,244122	0,708673

TABELA 26 : Resultado da análise de covariância para análise do fator densidade

IDADE	DENSIDADE	F(p/inclin.)	F(p/intersec.)
4	IIeIII	8,1824 **	-5,4707 ns
5-6	IeII	37,9701 **	7,4899 **
5-6	IeIII	32,9705 **	50,0446 **
5-6	IIeIII	8,3338 **	10,3611 **
7-8	IeII	9,0545 **	1,5638 ns
7-8	IeIII	8,8126 **	0,0326 ns
7-8	IIeIII	3,8637 ns	1,3541 ns

para que se pudesse ajustar os modelos já selecionados. Afim de obter classes diamétricas com maior amplitude, foram feitos reagrupamentos de classes, cuja configuração é dada na TABELA 29.

FIGURA 10 : Comportamento das linhas de regressão por classe de densidade para a idade 4 anos.

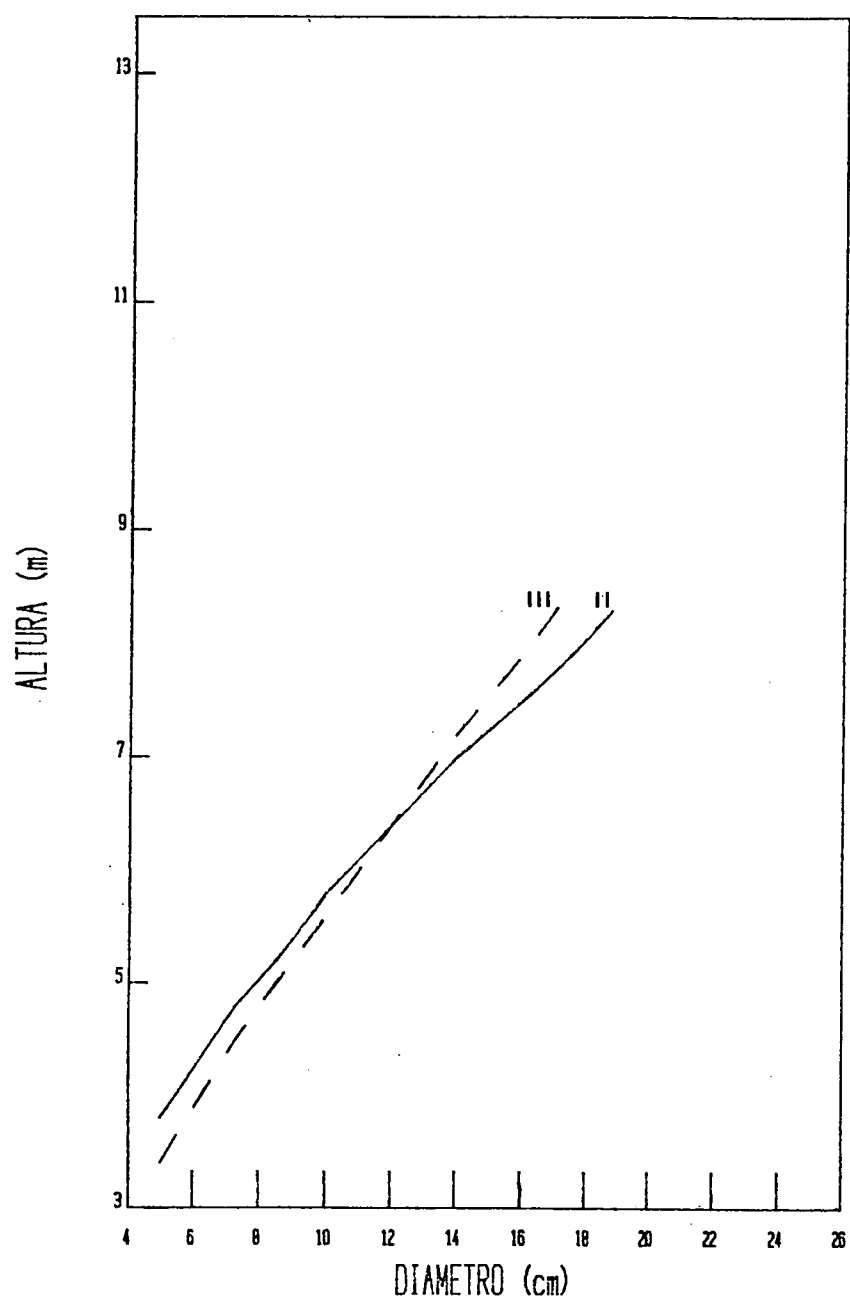


FIGURA 11 : Comportamento das linhas de regressão por classe de densidade para o grupo de idade 5-6 anos.

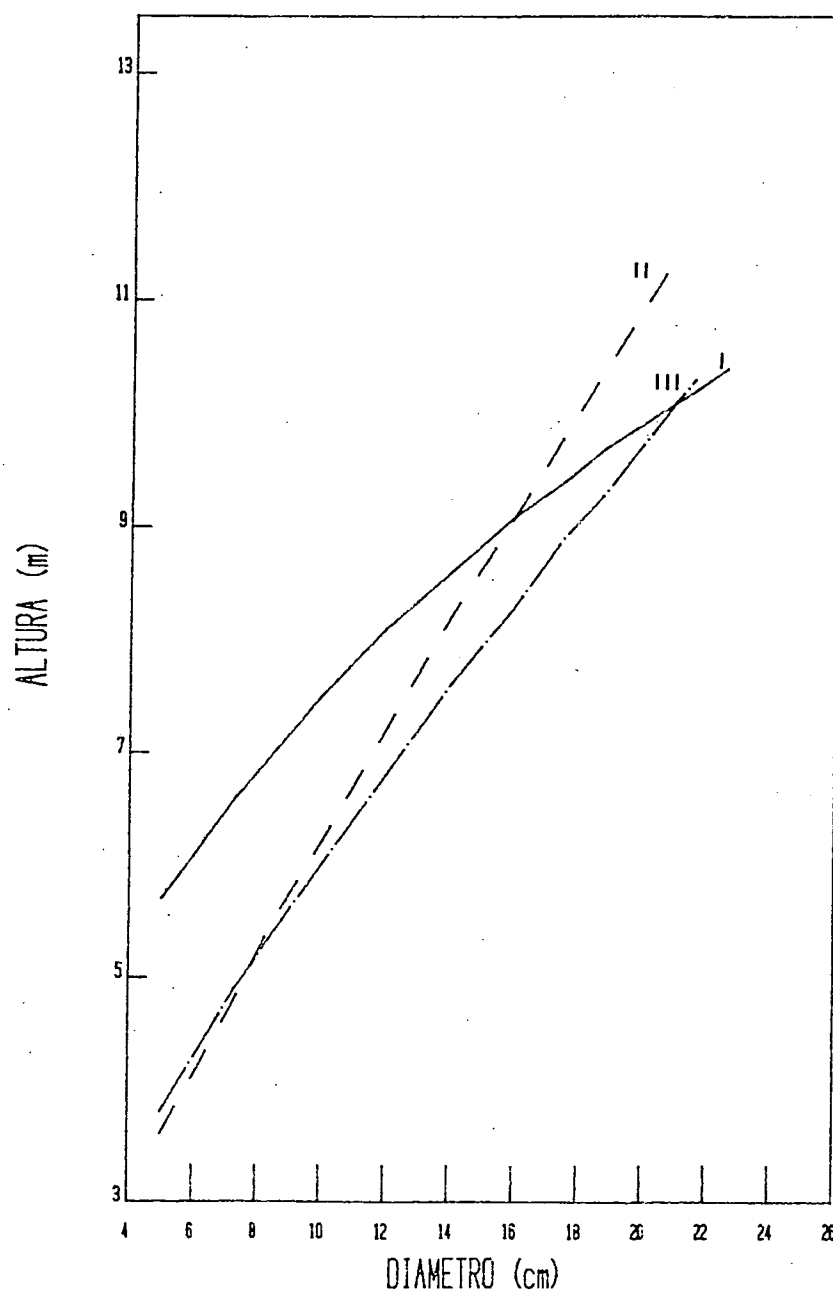


FIGURA 12 : Comportamento das linhas de regressão por classe de densidade para o grupo de idade 7-8 anos.

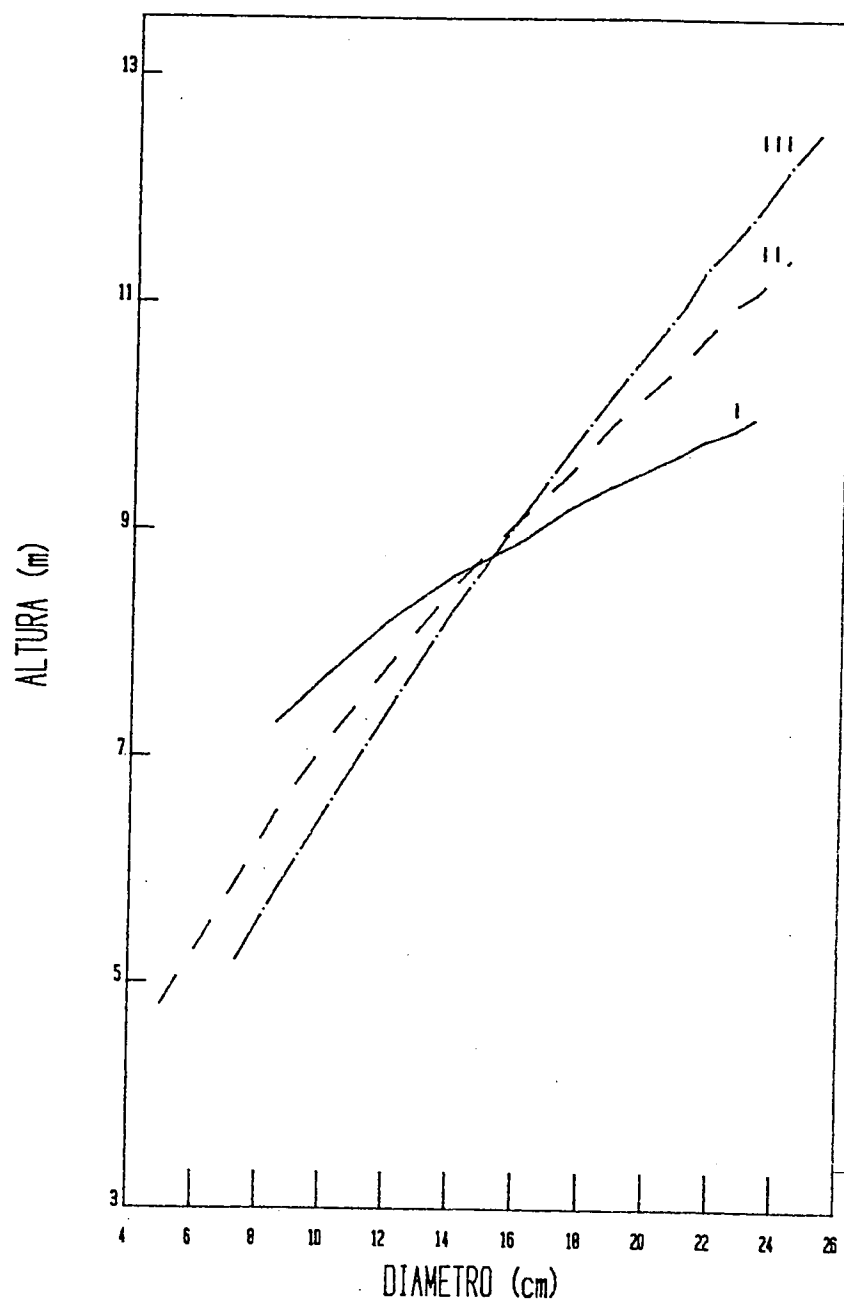


TABELA 27 : Limites de classes diamétricas e respectivas
frequências para o grupo de idade 7-8 anos e sítio
II

CLASSE	LIMITES	FREQ ABS.	FREQ./ HA	NUM.AR.V.PARA TESTE
1	<4,93	3	6	1
2	4,94-8,80	75	139	11
3	8,81-12,67	221	409	35
4	12,68-16,53	352	652	55
5	16,54-20,40	307	569	55
6	20,41-24,26	44	81	32
7	>24,27	3	6	1

TABELA 28 : Limites de classes diamétricas e respectivas
frequências para o grupo de idade 20 anos e sítio
II

CLASSE	LIMITES	FREQ ABS.	FREQ/ HA	NUM.AR.V.PARA TESTE
1	<9,28	2	4	-
2	9,29-17,40	11	23	5
3	17,41-25,51	60	125	29
4	25,52-33,62	115	240	88
5	33,63-41,73	48	100	41
6	41,74-49,84	14	29	14
7	>49,85	4	8	4

4.4.2 Ajuste das equações

Os resultados dos ajustes das equações (TABELA 30) mostram que a divisão em classes diamétricas não é favorável.

A variação dos valores de altura em cada classe é muito alta e torna-se impossível representá-la satisfatoriamente com os modelos testados, considerando também a amplitude diamétrica

diferente por classe.

TABELA 29 : Junção de classes diamétricas dos dois grupos de idade para análise do fator posição sociológica

CLASSE	IDADE:7-8		IDADE:20	
	LIMITES	NUM.ARV. P/TESTE	LIMITES	NUM.ARV. P/TESTE
1	<12,67	47	<25,51	34
2	12,68-20,40	110	25,52-33,62	89
3	>20,41	34	>33,63	59

A classe de idade 20 anos foi excluída desta análise por apresentar valores de R^2 próximos de zero nas classes II e III e F não significativo na classe III. Nem mesmo o modelo 4 pode ser considerado, pois a variação de altura detectada chega a fornecer uma curva de altura decrescente próxima ao limite superior da classe III.

4.4.3 Comparação entre classes sociológicas

Procedeu-se portanto, a comparação entre classes sociológicas apenas para o grupo de idade 7-8 anos. Depois de escolhido o modelo 1 (TABELA 31) para representar as três classes, foram calculadas as médias de valores h/d por classe. O teste de Bartlett acusou heterogeneidade de variâncias, sendo então aplicada transformação logaritmica que solucionou o problema. Os resultados são dados na TABELA 32.

Admitindo as três classes estabelecidas como dominada, média e dominante, pode-se concluir que a relação h/d é muito afetada pela posição sociológica, já que as médias destes valores foram consideradas significativamente diferentes pelo

TABELA 30 : Estimadores de ajuste e precisão por classe
diamétrica para as classes de idade 7-8 e 20 anos

IDADE	CL.DAP	MODELO	F	R ²	syx	syx%
7-8	1	1	31,394	0,3979	1,0564	12,4296
		2	28,927	0,3778	1,0606	12,4775
		3	30,873	0,3937	1,0614	12,4874
		4	100,978	0,8130	1,0871	12,5892
7-8	2	1	20,362	0,1508	1,0066	9,9198
		2	21,258	0,1567	1,0079	9,9331
		3	21,205	0,1564	1,0078	9,9318
		4	316,886	0,8529	1,0160	10,0128
7-8	3	1	7,741	0,1696	0,9010	8,1663
		2	7,669	0,1681	0,9021	8,1746
		3	7,719	0,1692	0,9013	8,1673
		4	8,158	0,3026	0,9173	8,3125
20	1	1	16,268	0,3163	2,5876	12,3701
		2	14,538	0,2909	2,6278	12,5627
		3	16,999	0,3265	2,5761	12,3155
		4	53,589	0,7612	2,6276	12,5619
20	2	1	5,006	0,0435	2,1227	8,8375
		2	4,486	0,0381	2,1256	8,8495
		3	4,556	0,0388	2,1247	8,8457
		4	65,532	0,5946	2,1427	8,9802
20	3	1	2,648ns	0,0276	2,4523	9,8617
		2	3,221ns	0,0369	2,4409	9,8164
		3	2,392ns	0,0234	2,4584	9,8868
		4	210,116	0,8782	2,3084	9,2834

teste de Duncan.

A relação h/d média e maior na classe dominada, pois é possível que o estímulo da concorrência proporcione um crescimento maior em altura em detrimento ao diâmetro, até atingir certas dimensões. Na FIGURA 13, a linha de regressão para esta classe parece confirmar tal situação.

TABELA 31 : Coeficientes b_0 e b_1 para o modelo 1 ($h = b_0 + b_1 \ln d$) nas três classes diamétricas da classe de idade 7-8 anos

CLASSE	b_0	b_1
1	-0,285962	3,820056
2	1,630998	3,051656
3	-16,652039	8,986644

TABELA 32 : Resultados da comparação entre médias de valores h/d para as três classes diamétricas da classe de idade 7-8 anos

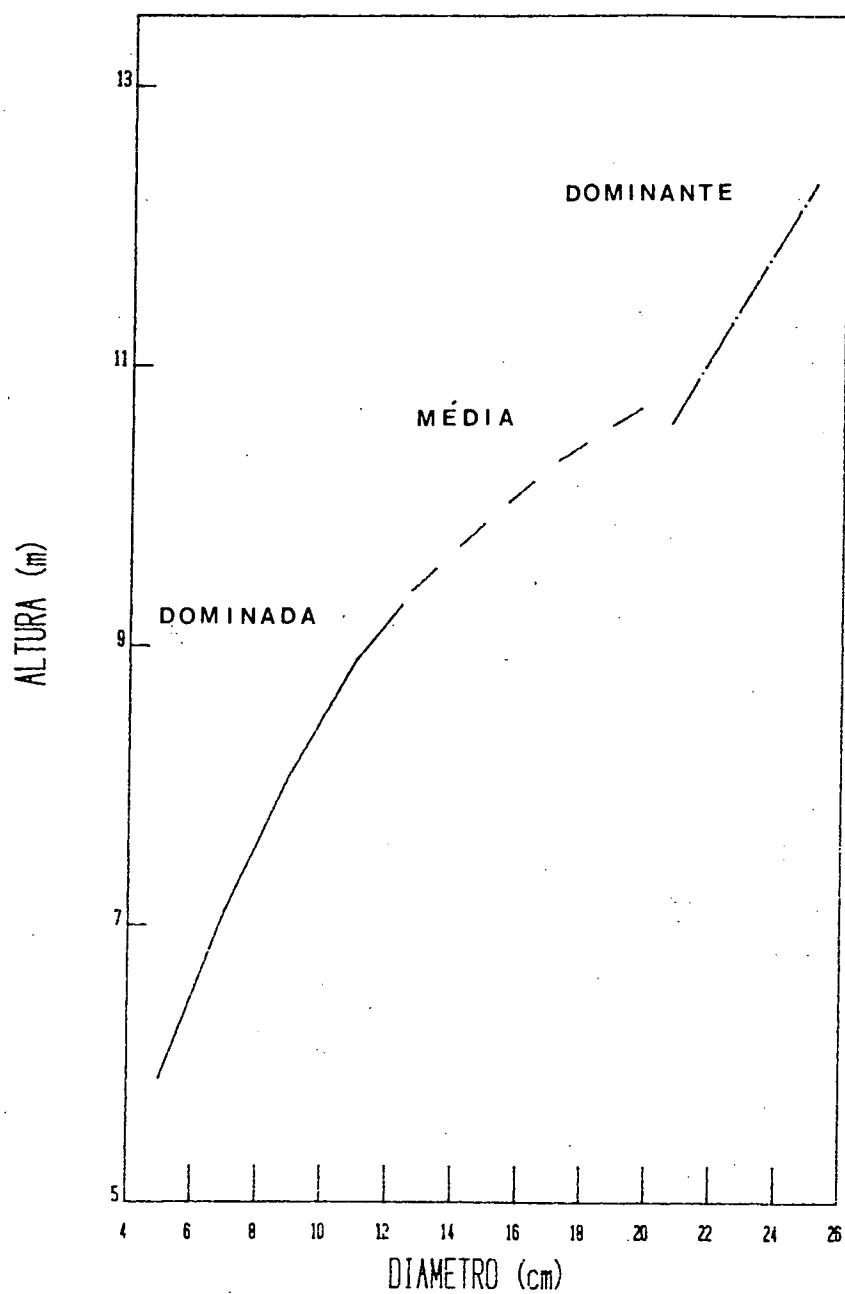
CLASSE	S^2	\bar{X}_{MED}	T.DUNCAN
1	0,0255	0,991	a
2	0,0052	0,650	*b
3	0,00008	0,502	**c

χ^2	= 33,5934	**
χ^2_{log}	= 7,6860	ns
F	= 35,9756	**

Já a classe dominante para o referido grupo de idade, representa menor crescimento em altura se comparado ao crescimento em diâmetro (baixo valor de h/d). A linha ingreme verificada deve ter sido influenciada por problemas de amostragem ou pela menor amplitude da classe.

E entre essas duas, aparece a classe média como que definindo uma fase de transição onde a linha de regressão pouco inclinada em relação as linhas das demais classes parece representar uma situação de certa estabilidade.

FIGURA 13 : Comportamento das linhas de regressão por classe diamétrica para o grupo de idade 7-8 anos, classe de sítio II.



Convem lembrar que estes resultados valem para a classificação sociológica aqui definida, (e até certo ponto grosseira) que estão abrangendo erros obtidos pelo ajuste dos modelos. De qualquer forma, os resultados servem para confirmar comentários feitos por LOETSCH *et alli*²⁴ sobre a influência da posição sociológica na relação hipsométrica (item 2.2).

4.5 ANÁLISE DA PRECISÃO DE CURVAS DE ALTURA PARA DIFERENTES TAMANHOS DE AMOSTRA

Conforme os resultados apresentados na TABELA 33, foi escolhido o modelo 3 (TABELA 34), por apresentar o menor erro padrão da estimativa em quase todos os conjuntos de dados. Além disso, este foi o modelo escolhido para a análise do sítio nesta classe de idade.

O comportamento dos valores de erro padrão da estimativa para diferentes números de pontos (FIGURAS 14 e 15) leva a concluir que o uso de 30 a 40 pontos deve produzir estimativas mais precisas, para este conjunto de dados.

A mudança brusca na tendência dos valores de s_{yx} a partir do conjunto de 61 pontos deve ser devida a inclusão de pontos cujos valores de DAP eram quase sempre repetitivos e cujos valores de altura apresentavam muita variação, alterando muito a altura média. Isto explica também o decréscimo dos valores de R^2 , confirmando as considerações feitas no item 4.1.

Os resultados obtidos nesta fase não podem ser extrapolados para outras situações, pois é possível que para conjuntos de dados mais homogêneos, um número de pontos inferior a 30 conduza a estimativas de boa precisão. Isto pode ser verificado desde que se tenha medições bem distribuídas ao longo

TABELA 33 : Estimadores de ajuste e precisão com diferentes
números de pontos amostrais para a classe de idade
7-8 anos, sítio II

NUM.PTOS.	MODELO	F	R ²	syx	syx%
12	1	34,642	0,7536	0,9237	10,0951
	2	32,431	0,7408	1,0401	11,3668
	3	42,147	0,7891	0,8833	9,6533
	4	291,122	0,9814	2,0410	22,3065
18	1	53,260	0,7545	0,9788	10,5252
	2	53,053	0,7538	1,0656	11,4578
	3	67,817	0,7972	0,9901	10,6460
	4	254,597	0,9676	1,0535	11,3277
22	1	67,256	0,7593	0,9341	9,8329
	2	67,795	0,7608	1,0008	10,6293
	3	85,007	0,8000	0,9209	9,6942
	4	317,874	0,9679	0,9656	10,1645
31	1	101,648	0,7704	0,8633	8,8910
	2	103,412	0,7734	0,9215	9,4990
	3	124,593	0,8047	0,8601	8,8586
	4	504,477	0,9711	0,8660	8,9193
40	1	149,006	0,7915	0,8233	8,5182
	2	138,250	0,7787	0,8791	9,0962
	3	168,521	0,8112	0,8201	8,4851
	4	757,275	0,9749	0,8339	8,6290
61	1	150,692	0,7139	0,9606	10,0406
	2	113,673	0,6525	0,9715	10,1611
	3	123,459	0,6712	0,9524	9,9613
	4	1062,708	0,9725	0,9794	10,2439
85	1	201,922	0,7052	0,9495	9,7743
	2	160,450	0,6550	0,9849	10,1014
	3	181,975	0,6830	0,9496	9,7758
	4	1140,466	0,9645	0,9585	9,8676
109	1	221,011	0,6707	0,9379	9,6029
	2	188,976	0,6351	0,9641	9,8708
	3	206,834	0,6559	0,9413	9,6377
	4	1369,414	0,9620	0,9482	9,7078
191	1	201,174	0,5130	1,0001	10,1016
	2	211,571	0,5257	1,0045	10,1465
	3	208,725	0,5223	1,0095	10,1971
	4	1693,881	0,9467	1,0116	10,2188

TABELA 34 : Coeficientes para o modelo 3 ($\ln h = b_0 + b_1 \ln d$)
para os diferentes números de pontos amostrais

NUM.PTOS.	b_0	b_1
12	1,341575	0,338830
18	1,259307	0,373512
22	1,251962	0,379219
31	1,249293	0,384936
40	1,207083	0,398220
61	1,143041	0,417549
85	1,109263	0,429946
109	1,151411	0,413280
191	1,266712	0,372652

de toda a amplitude diamétrica, permitindo que haja boa correlação entre as variáveis.

4.6 EQUAÇÕES GENÉRICAS

Ao observar a TABELA 35, nota-se que, com exceção do modelo 15, os demais forneceram resultados perfeitamente aceitáveis, considerando a heterogeneidade dos dados. Destacou-se em especial o modelo 17 com menor erro padrao da estimativa e aumento considerável no valor de F. A análise gráfica dos resíduos também o apontou como o modelo mais adequado (FIGURAS 12, 13, 14 e 15 ANEXO), e além disso, verificou-se um aumento na significância de cada um de seus termos no modelo 17.

Estes resultados levaram a concluir que no instante em que se padronizam os diâmetros em função do diâmetro máximo, o efeito da idade é absorvido, tornando desnecessária sua inclusão como variável independente. Há portanto, uma influência muito clara da posição sociológica das árvores, para um conjunto de dados tao heterogêneo em idade como este.

FIGURA 14 : Tendência do erro padrão da estimativa relativo para os diferentes números de pontos amostrais testados.

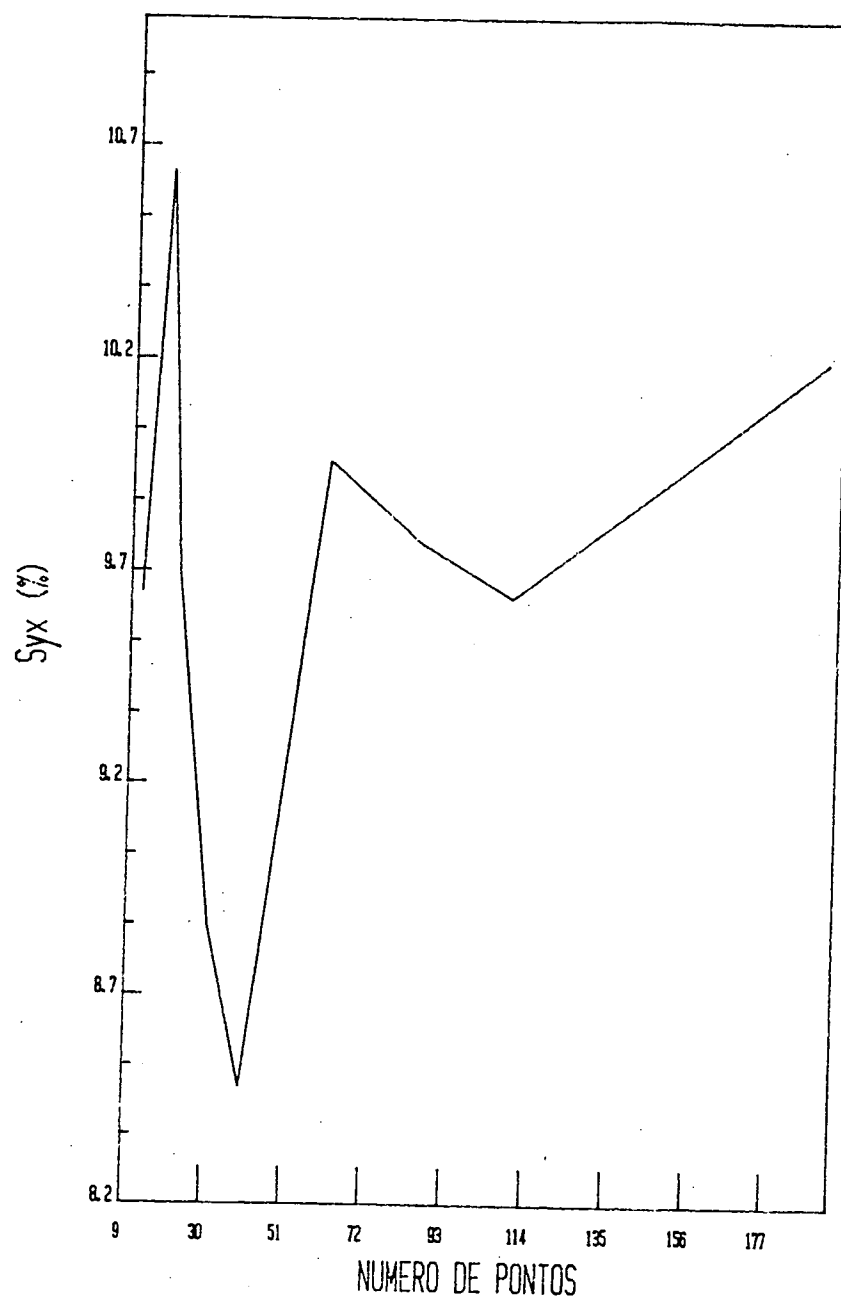


FIGURA 15 : Tendência do erro padrão da estimativa absoluto para os diferentes números de pontos amostrais testados.

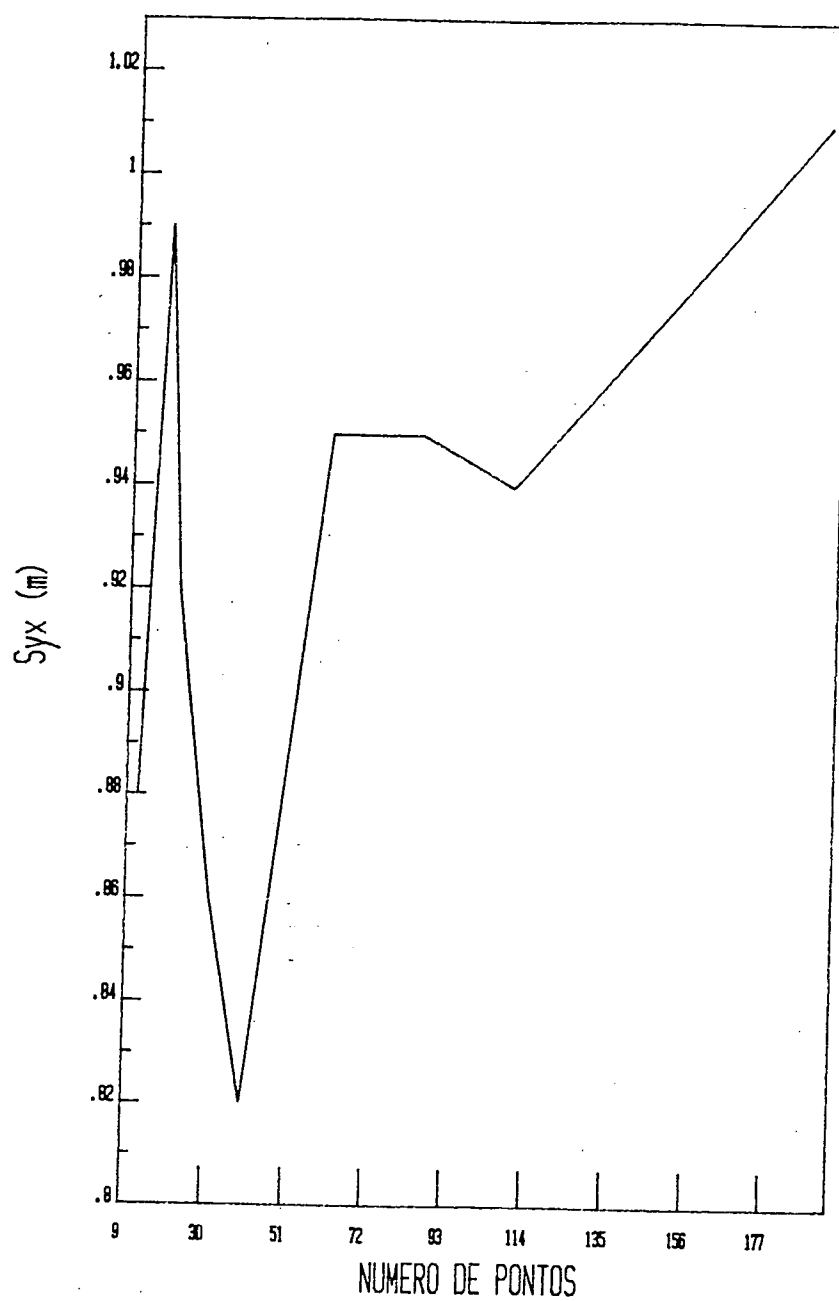


TABELA 35 : Estimadores de ajuste e precisão para equações genéricas testadas

MODELO	F	R ² CORRIG.	syx	syx%
14	352,991	0,61466	1,08383	7,6414
15	93,338	0,29500	1,70230	12,0018
16	465,577	0,67797	1,01241	7,1379
17	1380,554	0,67574	0,98935	6,9753

	b ₀	b ₁	b ₂	b ₃
14	4,057818E-2	3,869166E-3	-0,2264432	-5,361334E-2
15	-0,1925116	0,1022449	1,085135E-2	-7,823173E-3
16	-5,935333E-3	-3,539159	-0,5444162	-0,2099867
17	1,011026E-2	-4,594213		

	tb ₀	tb ₁	tb ₂	tb ₃
14	7,4794	0,3988	-6,6311	-10,4783
15	-23,4314	11,1708	0,2919	-1,5384
16	-0,6669	-6,1856	-2,1971	-1,8996
17	2,4201	-37,1558		

Além disso, é importante comentar sobre o efeito do sítio, que realmente pode ser absorvido com a inclusão da altura dominante, conforme testado no item 4.1.1.

Outro aspecto a ser considerado é o uso de médias de diâmetro e altura por classe diamétrica, representativas de todo o conjunto de dados. Não é possível aqui tecer comparações entre esta metodologia e a convencional em que são usados os pontos amostrais como um todo, mas acredita-se que as médias produzem o efeito de minimizar erros e melhorar o ajuste. Isto porque representam toda a amplitude de variação na classe a que pertencem, porém não há problemas de pontos muito discrepantes que possam prejudicar um bom ajuste.

5 CONCLUSÕES

São definidas a seguir, conclusões baseadas nos objetivos propostos neste trabalho.

No que se refere a influência da idade na relação hipsométrica, com o modelo escolhido para a análise que foi:

$$h/h_{dom} = b_0 + b_1 \ln d,$$

pode-se afirmar que a intersecção das linhas (coeficientes b_0) é muito influenciada por este fator. As diferenças entre inclinações (coeficientes b_1) verificadas em apenas algumas idades, embora até certo ponto mascaradas pela inclusão da altura dominante no modelo, podem ser atribuídas ao tratamento destinado ao povoamento. Linhas mais íngremes podem acusar desbastes recentes e, em contrapartida, linhas menos íngremes podem representar falta de desbaste.

Para classes de idade acima de 20 anos ou povoamentos cujas idades estão próximas do corte final, o ajuste de equações não surtiu um efeito positivo para estimativas de altura, pois a maioria das árvores medidas pertence às classes dominante e co-dominante, existindo pouca variação de altura e pequena amplitude de diâmetro. É recomendável nestes casos a medição de todas as árvores da parcela, que serão poucas.

Quanto a análise do sítio, pode-se afirmar que não há efeito marcante deste fator na relação hipsométrica. Os testes mostraram apenas diferenças significativas entre as intersecções

(coeficientes b_0) para os modelos escolhidos em cada classe de idade, caracterizando linhas de regressão crescentes do pior para o melhor sítio.

A análise da densidade feita apenas para as idades antes do primeiro desbaste, mostrou para a maioria dos sub-grupos, a configuração de linhas mais íngremes para densidades maiores, se comparadas as linhas de densidades menores. Isto não representa necessariamente um maior crescimento em altura em povoamentos de densidade elevada, deixando em primeiro plano o menor crescimento em diâmetro nesta situação.

Já quanto a posição sociológica, foi verificada sua forte influência na relação hipsométrica. Os valores médios de h/d apresentam-se em ordem decrescente da classe dominada a dominante, e observam-se diferenças significativas estatisticamente entre os mesmos.

A influência deste fator foi ainda notada quando ajustadas as equações genéricas, especialmente o modelo (17):

$$\log h_{med} = \log h_{aom} + b_0 + b_1 \cdot (d^{-1}_{med} - d^{-1}_{max}),$$

em que a padronização dos diâmetros pelo diâmetro máximo absorve o efeito da idade, caracterizando a importância da posição sociológica de cada árvore (média) para um bom ajuste.

Aliás sobre a aplicação de equações genéricas, foram constatados, a exceção do modelo 15:

$$\begin{aligned} \log h_{med} = \log h_{aom} + b + b_1 \cdot (\log I \cdot (\log d_{med} - \log d_{min})) + \\ b_2 \cdot (\log h_{aom}/I \cdot (\log d_{med} - \log d_{min})) + b_3 \cdot (\log \\ FR \cdot (\log d_{med} - \log d_{min})) \end{aligned}$$

resultados perfeitamente viáveis, produzindo boas estimativas. Deve ser dada especial atenção ao uso de valores médios representativos de cada classe diâétrica, que evitam problemas

de ajuste causados por pontos muito discrepantes.

No que se refere ao número ideal de pontos amostrais para a construção de uma curva hipsométrica, a tendência decrescente dos valores de syx e $syx\%$ do conjunto de 18 ao de 40 pontos, levam a concluir que uma amostragem de com 30 a 40 pontos para este conjunto de dados fornece resultados de boa precisão. E desde que o conjunto de dados provenha de condições mais homogêneas, com uma amostragem bem distribuída ao longo de toda a amplitude diamétrica e minimizando ainda o efeito do erro nas medições de altura em campo, o número de pontos pode ser até menor.

RESUMO

O trabalho foi realizado utilizando 137 parcelas de 600 m², medidas em povoamentos de *Pinus taeda* no Estado do Paraná com idade variando entre 4 e 27 anos. O objetivo principal foi analisar a influência da idade, sítio, densidade e posição sociológica na relação hipsométrica, o que exigiu a comparação entre linhas de regressão, feita com a análise de covariância. Adotou-se também a comparação de médias de valores h/d por testes estatísticos. Foram também testadas equações genéricas incluindo os fatores anteriormente citados como variáveis independentes. Outro objetivo proposto foi testar o número de pontos amostrais ideal para o ajuste de uma equação de relação hipsométrica. Para a seleção dos modelos em todas as fases do trabalho, optou-se pelo menor erro padrão da estimativa (syx e syx %), considerando ainda a distribuição dos resíduos. Numa análise preliminar, foram selecionados quatro modelos (Stoffells, Curtis, Henricksen e Prodan), usados também para a análise dos demais fatores. Para a análise da idade optou-se por um modelo que inclui a razão altura por altura dominante ($h/ha_{om}=b_0+b_1.lnd$), reduzindo consideravelmente o erro padrão da estimativa. De um modo geral, a análise de covariância acusou maior influência da idade e do sítio na intersecção das linhas de regressão (coeficiente b_0). Quanto a inclinação (coeficiente b_1) a influência da densidade pareceu ser mais forte, produzindo linhas de regressão mais íngremes para densidades maiores nas classes de idade analisadas. No que se refere a posição sociológica, considerando as três classes diamétricas estabelecidas como dominada, média e dominante verificaram-se diferenças significativas entre as três e a relação h/d apresentou valores decrescentes a partir da classe dominada. Ao testar o número de pontos amostrais ideal para uma equação de relação hipsométrica, os melhores resultados foram obtidos com 31 e 40 pontos. O uso de uma equação genérica para este conjunto de dados é bastante viável e, dos quatro modelos testados, o que mereceu mais atenção foi:

$$\ln h = \ln ha_{om} + b_0 + b_1 ((1/d) - (1/d_{max}))$$

com erro padrão da estimativa em percentagem de 6,97 % e boa distribuição de resíduos.

SUMMARY

The main objective of this research was to analyze the effects of age, site, density and sociologic position on the height-diameter relationship. The data came from the measurement of height and diameter of trees in 137 plots of *Pinus taeda*, with area of 600 m², scattered in the State of Parana, Brazil, with ages ranging from 4 to 27 years old. The comparison among regression lines was done through the analysis of covariance. The comparison of means of values h/d was also done through statistic tests. Generic equations including age, site, density and sociologic position as independent variables were also tested. A secondary proposed objective was to test the ideal number of trees (pairs of values h/d) for the fitting of the hipsometric relationship. The criteria for the selection of regression models in all phases of this research were the standart error of estimate (syx, syx%), and the residuals distributions. In a preliminary analysis they were selected four regression models (Stoffells, Curtis, Henricksen and Prodan), which were also used for the analysis of the other factors. To analyze the effect of age it was opted for a model which included the reason height over dominant height ($h/h_{dom} = b_0 + b_1 \ln d$), reducing considerably the standard error of estimate. In a general way, the covariance analysis detected a greater influence of age and site on the intercept (b_0) of regression lines. Referring to the inclination coefficient (b_1), the influences of density seemed to be stronger, producing steeper regression lines for the greater densities for all analyzed age classes. Referring the sociologic position for the three considered diameter classes, as dominated, mean and dominant, it was detected significant differences among them. The relationship h/d presented decreasing values from the dominated to the dominant diameter class. It was verified that 31 to 40 pairs of values h/d were better to fit the height-diameter equation. The use of a generic equation for the used set of data, seemed quite liable. From the four tested models the one that deserved more attention was:

$\ln h = \ln h_{dom} + b_0 + b_1 ((1/d) - (1/d_{max}))$,
with standard error of estimate in percent equal to 6,97%, and presenting a good residual distribution.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ANUCHIN, N.P. Forest mensuration. Jerusalem: Program for Scientific Translations, 1970. 494 p.
2. AVERY, T.E. & BURKHART, H.E. Forest measurements. U.S.A.: McGraw-Hill Book Company, 1983, 331 p.
3. BLANCO JORGE, L.A. Equação de relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus elliottii* Engelm na Floresta Nacional de Três Barras, SC. Brasil Florestal, Curitiba, n. 56, p. 41-47, 1984.
4. BRUCHWALD, A. Investigation on the relation between height and d.b.h. in Scots Pine stands. Resumo. (F.A. v. 32, p. 562, 1971).
5. BRUCHWALD, A. & RYMER-DUDZINSKA, T. Mensurational characteristics of Scots Pine stands in Poland. Resumo (F.A. v. 46, p. 211, 1985).
6. BURGER, D. Tópicos de Manejo Florestal - Ordenamento Florestal. Curitiba, 1976. Universidade Federal do Paraná. Curso de Engenharia Florestal.
7. CAILLIEZ, F. & ALDER, D. Forest volume estimation and yield prediction. Rome, FAO, 1980. Fao Forestry Paper, n. 22. 2v.
8. CAMPOS, J.C.C. Estudo sobre índice de sítio e tabelas de volume e produção para *Pinus elliottii* Engelman no Estado de São Paulo. Turrialba. Dissertação

- (Mestrado) - Instituto Interamericano de Ciências Agrícolas da OEA, 1970. 82 p.
- 9 CAO, Q.V. Evaluating indirect and direct methods of constructing local volume equations. General Technical Report. SO. USDA. Forest Service, n. 74, p. 447-452, 1988.
 - 10 CLIFFORD, A.M. Height-diameter curves for three species subject to stagnation. U.S. For. Service Research Note RM-69, 2 p. 1966.
 - 11 CLUTTER, J.L., FORSTON, J.C., PIENNAR, L.V., BRISTER, G.H., BAILEY, R.L. Timber management : a quantitative approach. New York: John Wiley & Sons, 1983. 333 p.
 - 12 COUTO, H.T.Z. & BASTOS, N.L.M. Modelos de equações e volume e relações hipsométricas para plantações de *Eucalyptus sp* no Estado de São Paulo. IPEF, Piracicaba, n. 37, p. 33-34, 1987.
 - 13 CURTIS, R.O. *et all*. Height growth and site index for Douglas fir in high elevation forests of Oregon - Washington Cascades. Forest Science, v. 20 n. 4, p. 307-316, 1974.
 - 14 DAVIS, K.P. Forest management: regulation and valuation. 2. ed. U.S.A.: McGraw-Hill, 1966. 519 p.
 - 15 DIMITROV, E.T. & VICHEV, I. Analytical construction and expressions of height curves for Scots Pine. Resumo. (F.A. v. 41 n. 10, p. 491, 1980).
 - 16 EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisas de Florestas. Zoneamento ecológico para plantios florestais no Estado do Paraná. Curitiba: EMBRAPA, 1986. 89 p.

- 17 FIGUEIREDO FILHO, A. Estudos de modelos matemáticos para estimar o volume por unidade de área em uma floresta tropical úmida na Amazônia brasileira. Curitiba. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, 1983. 150 p.
- 18 FREESE, F. Linear regression methods for forest research. U.S. Forest Service Research Note FPL-17, 136 p., 1964.
- 19 GOMES, F.P. Curso de Estatística Experimental. Piracicaba. Secção de Genética, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", 1962, 384 p.
- 20 HENRICKSEN, H.A. Height-diameter curve with logarithmic diameter: brief report on a more reliable method of height determination from height curves, introduced by the State Forest Research Branch. Resumo. (F.A. v. 13, p. 198, 1951/52)
- 21 HUSCH, B., MILLER, C.I., BEERS, T.W. Forest mensuration. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1982. 401 p.
- 22 INSTITUTO BRASILEIRO DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL. Inventário Florestal Nacional - Reflorestamento - PR/SC. IBDF: Brasília, 1984. 283 p.
- 23 LENHART, J.D. Estimating the amount of wood per acre in Loblolly and Slash Pine plantations in east Texas. General Technical Report. SE. USDA. Forest Service, n.42, p. 485-488, 1986.
- 24 LOETSCH, F., ZOHRER, F., HALLER, K.E. Forest inventory. München: BLY Verlagsgesellschaft, 1973. 2v.

- 25 MACHADO, S.A. Curvas de índice de sítio para plantações de *Pinus taeda* L. na região central do Estado do Paraná. Floresta, Curitiba, v. 11, n. 2, p. 4-18, 1980.
- 26 MACHADO, S.A. & ALBERTIN, W. Algumas relações dasométricas importantes em um bosque secundário tropical. Turrialba, v. 23, n. 2, p. 192-199, 1973.
- 27 SCHMIDT, P.B. Determinação indireta da relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus taeda* L. Curitiba. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal. Universidade Federal do Paraná, 1977. 102 p.
- 28 SCOLFORO, J.R.S. & MACHADO, S.A. Curvas de índice de sítio para plantações de *Pinus elliottii* nos Estados do Paraná e Santa Catarina. Floresta, Curitiba, v. 18, n. 1-2, p. 140-158, 1988.
- 29 _____. Curvas de índice de sítio para plantações de *Pinus taeda* nos Estados do Paraná e Santa Catarina. Floresta, Curitiba, v. 18, n. 1-2, p. 159-173, 1988.
- 30 SILVA, J.A.A. & SILVA, I.P. Estatística experimental aplicada a ciência florestal. Recife. Curso de Engenharia Florestal. Universidade Federal Rural de Pernambuco, 1982. 269 p.
- 31 SNEDECOR, G.W. & COCHRAN, W.G. Statistical methods. 6. ed. U.S.A.: The Iowa State University Press, 1967. 593 p.
- 32 SPURR, S.H. Forest inventory. New York: Ronald Press, 1951. 476 p.

- 33 STEEL, R.G.D. & TORRIE, J.H. Principles and procedures of statistics: a biometrical approach. 2.ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1980. 633 p.
- 34 TROREY, L.G. A mathematical method for construction of diameter-height curves based on site. For. Chronicle, v. 8, n. 2, p. 121-132, 1932.
- 35 WENDLING, W.T. Metodologia para elaboração de tarifas de volume individual. Curitiba. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, 1978. 143 p.
- 36 WEST, P.W. Functions to estimate three height and bark thickness of tasmanian regrowth eucalyptus. Australian Forest Research, Australia, v. 12, n. 3, p. 183-190. 1982.

A N E X O :
RESÍDUOS E DISTRIBUIÇÃO DE PONTOS

FIGURA 1 : Distribuição de pontos para a idade 9 anos e respectiva linha de regressão (modelo (1)).

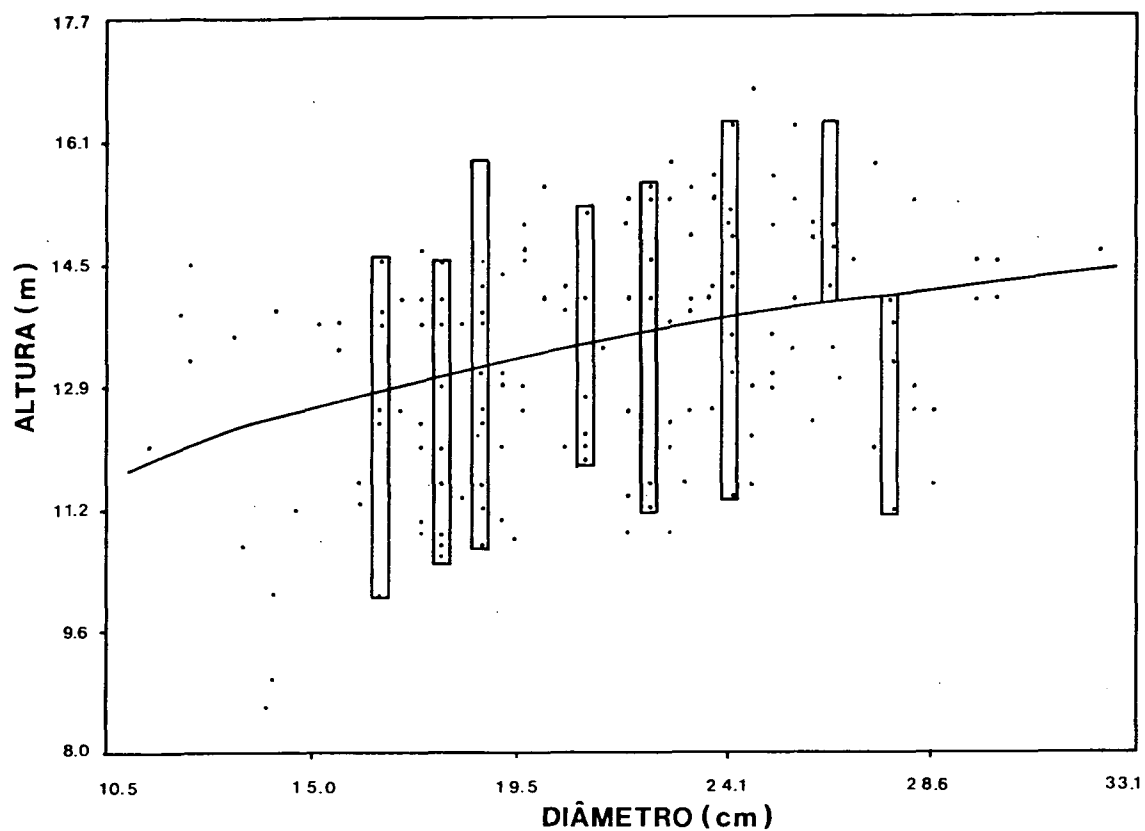


FIGURA 2 : Comportamento dos resíduos para a idade 12 anos com o modelo (10)

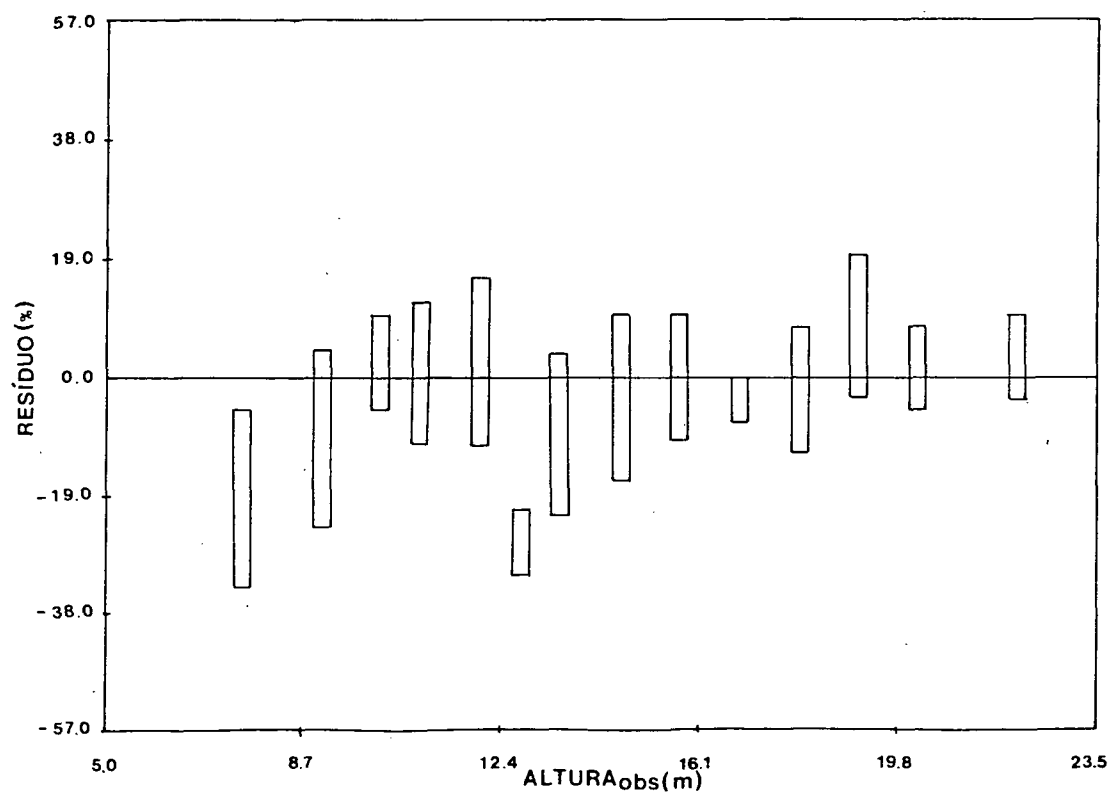


FIGURA 3 : Comportamento dos resíduos para o grupo de idade 12-13 anos com o modelo 10.

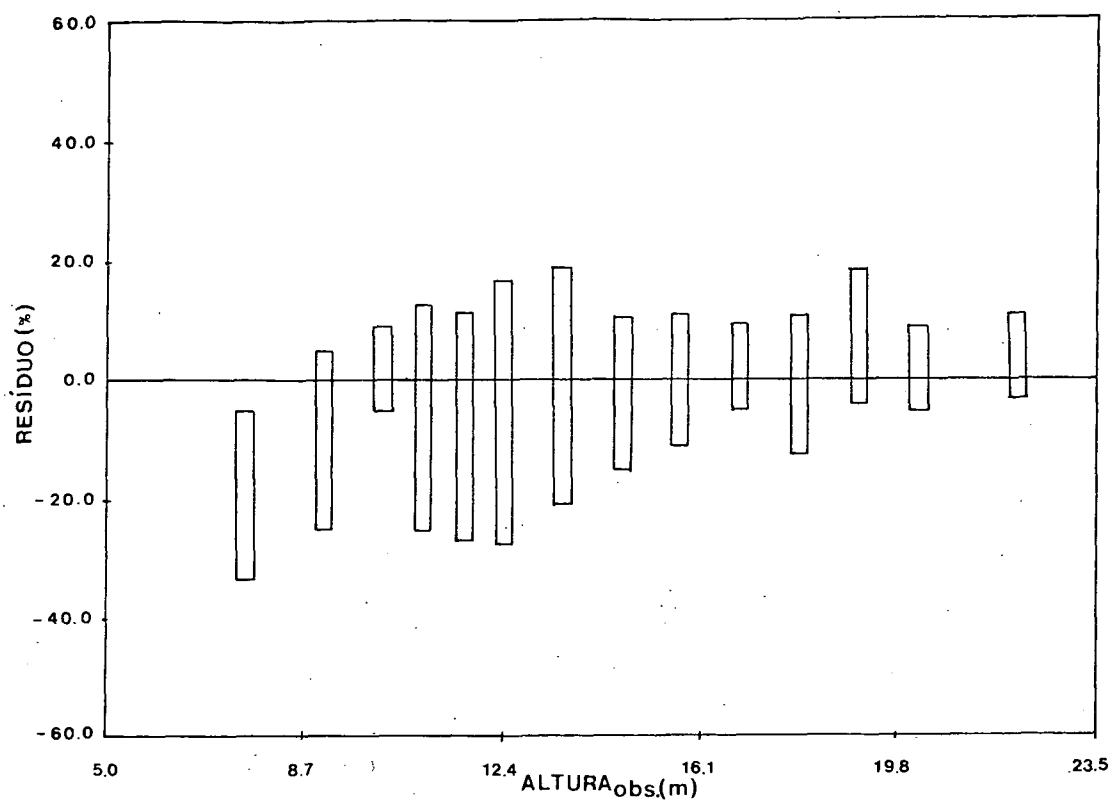


FIGURA 4 : Comportamento dos resíduos para o grupo de idade 12-13, sítio I, modelo (2).

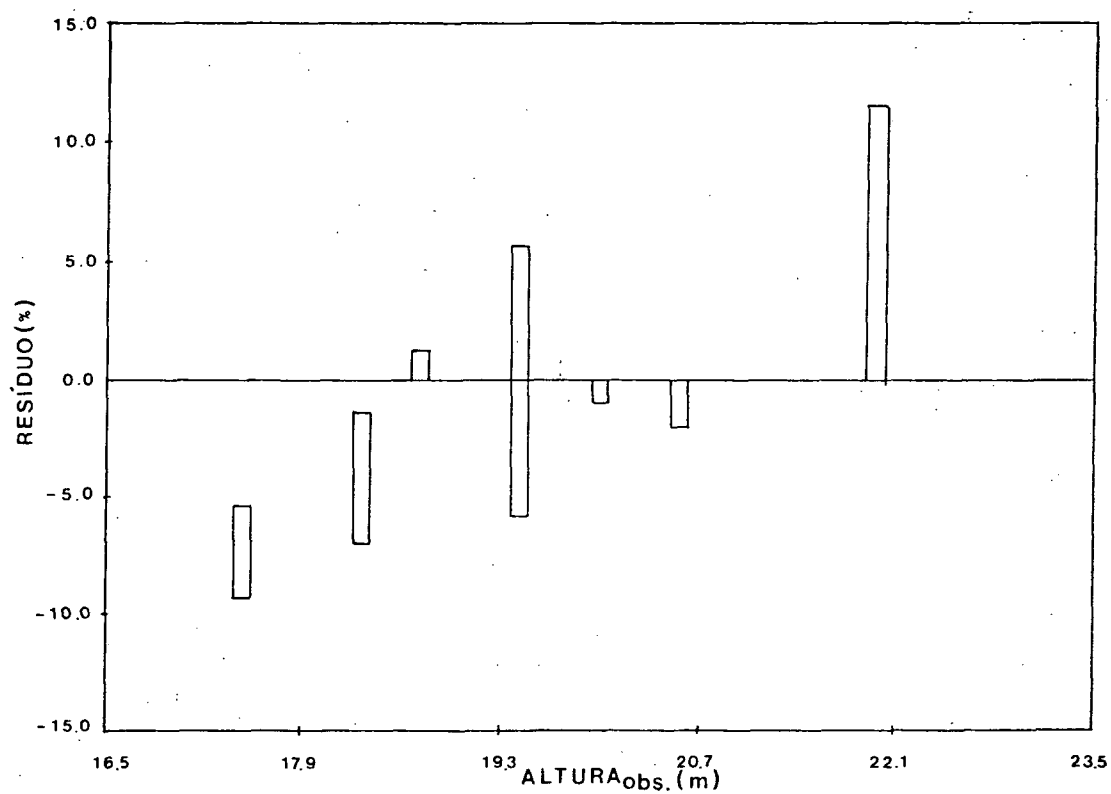


FIGURA 5 : Comportamento dos resíduos para o grupo de idade 12-13, sítio II, modelo (2).

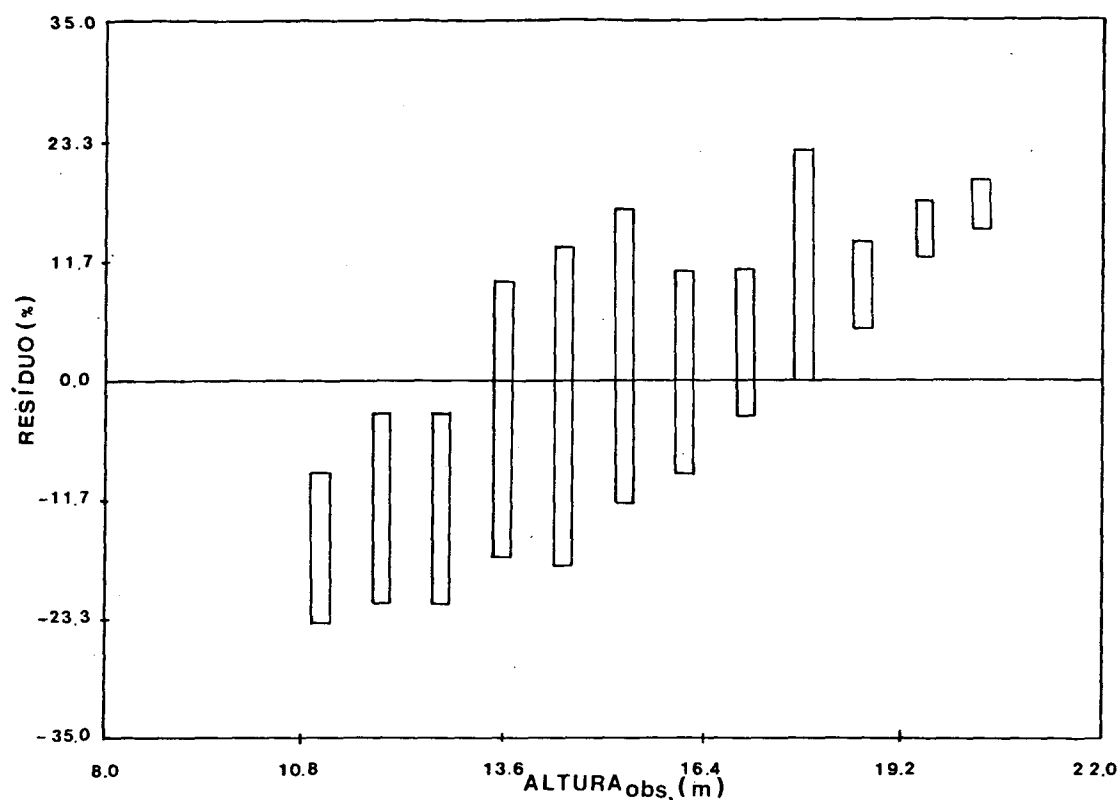


FIGURA 6 : Comportamento dos resíduos para o grupo de idade 12-13 anos, sítio III, modelo (2).

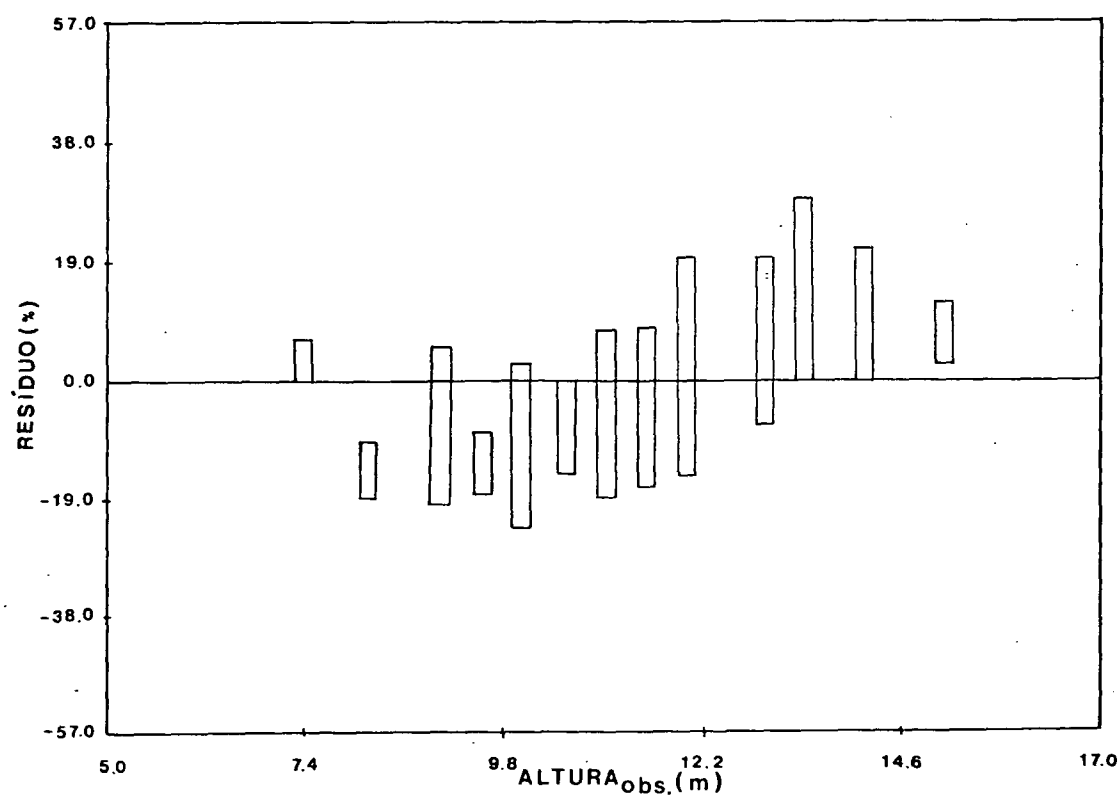


FIGURA 7 : Comportamento dos resíduos para a idade 15 anos,
sítio II, modelo (2).

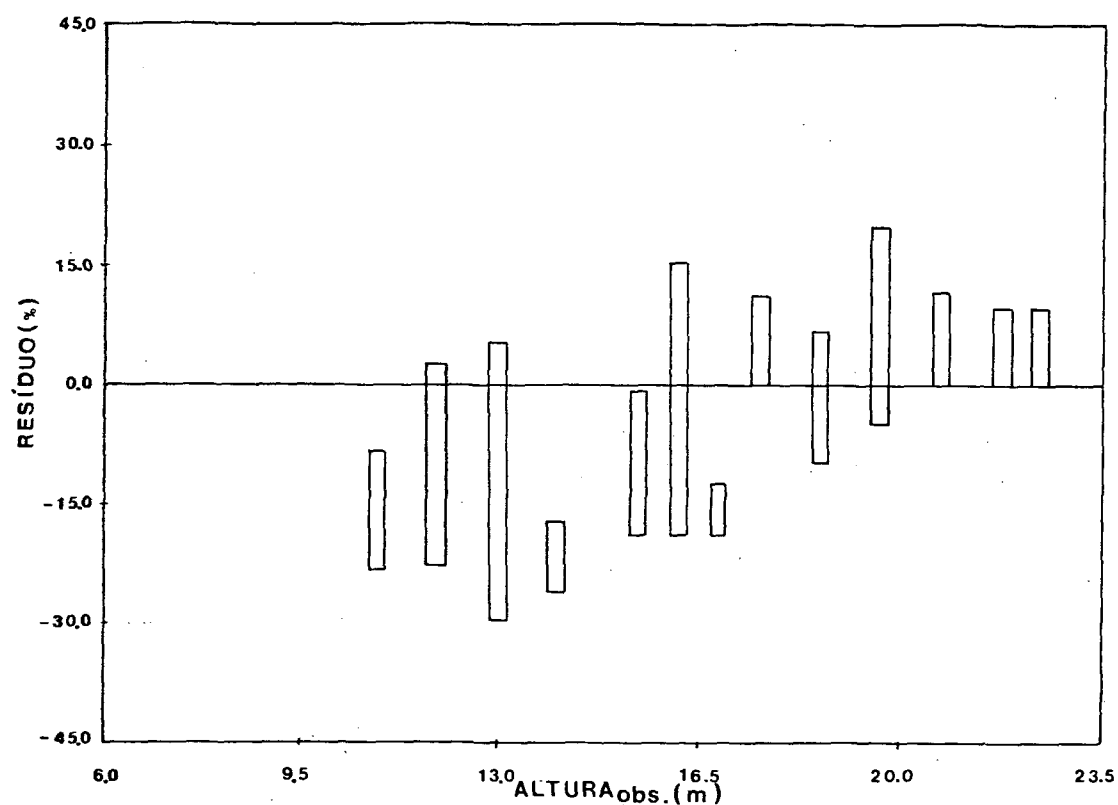


FIGURA 8 : Comportamento dos resíduos para idade 15 anos, sítio
II, modelo (4).

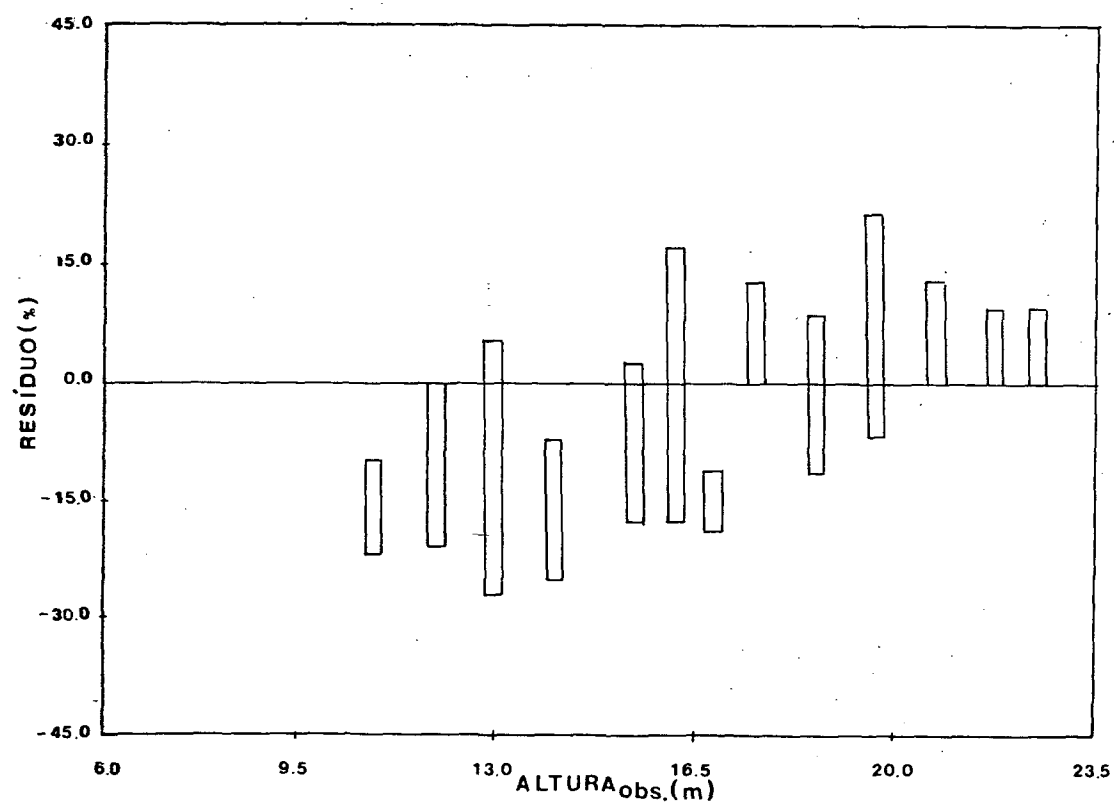


FIGURA 9 : Comportamento dos resíduos para idade 4 anos, classe de densidade II, modelo (3).

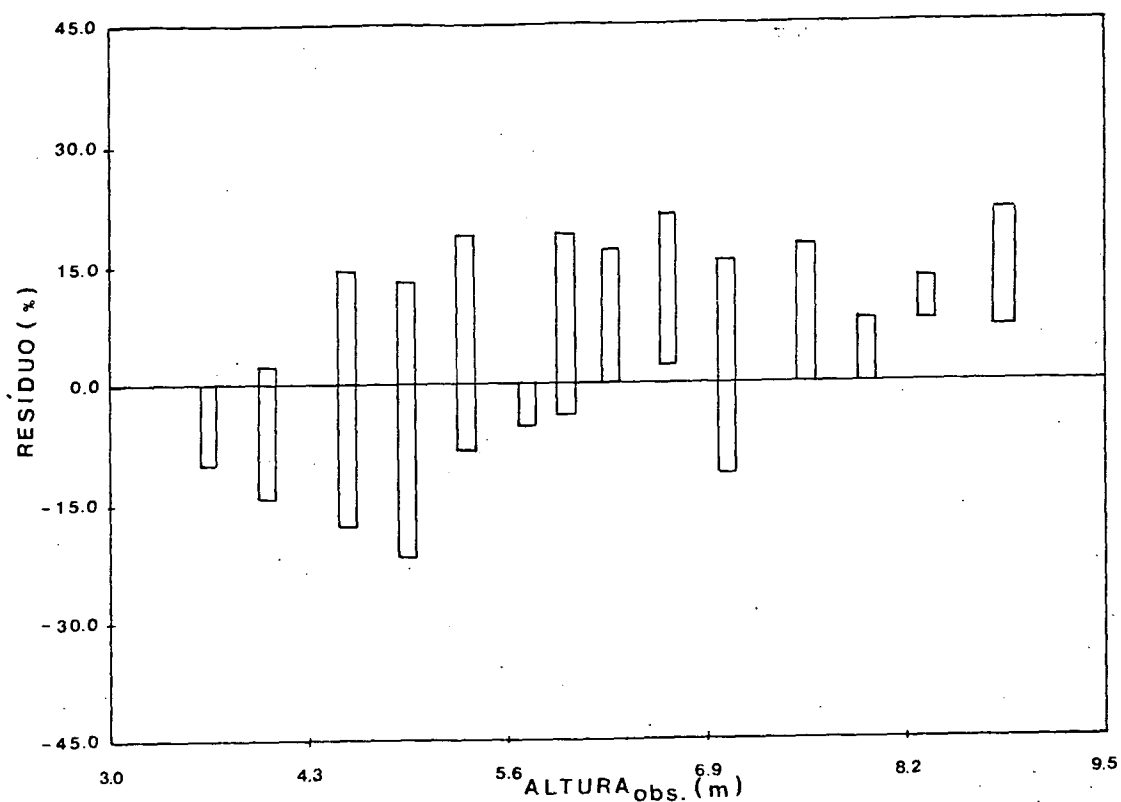


FIGURA 10 : Comportamento dos resíduos para o grupo de idade 5-6 anos, classe de densidade II, modelo (3).

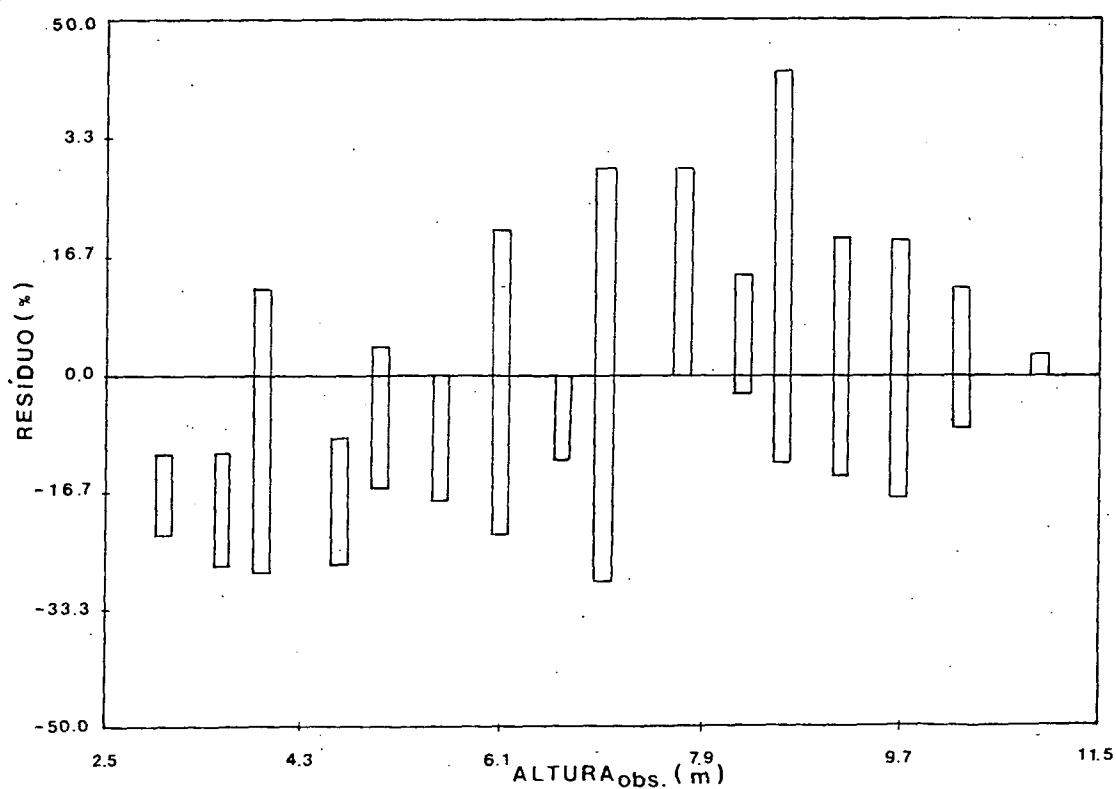


FIGURA 11 : Comportamento dos resíduos para o grupo de idade 7-8 anos, classe de densidade II, modelo (3).

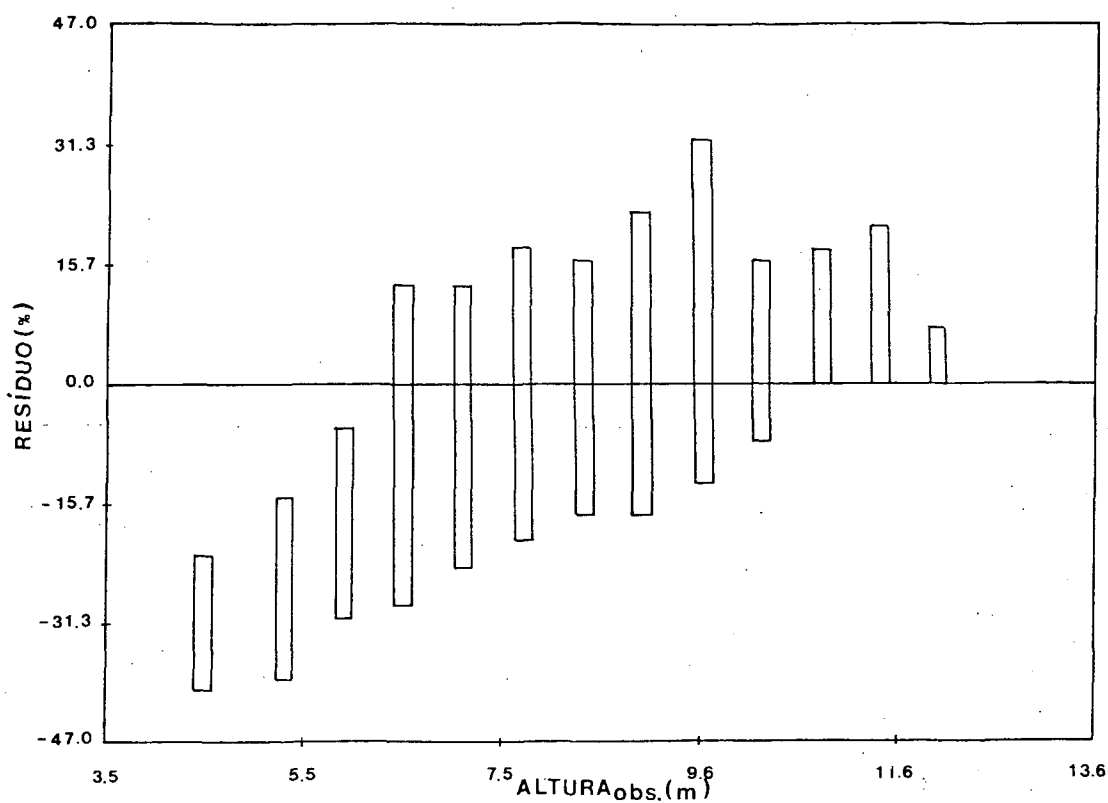


FIGURA 12 : Comportamento dos resíduos para o modelo (14).

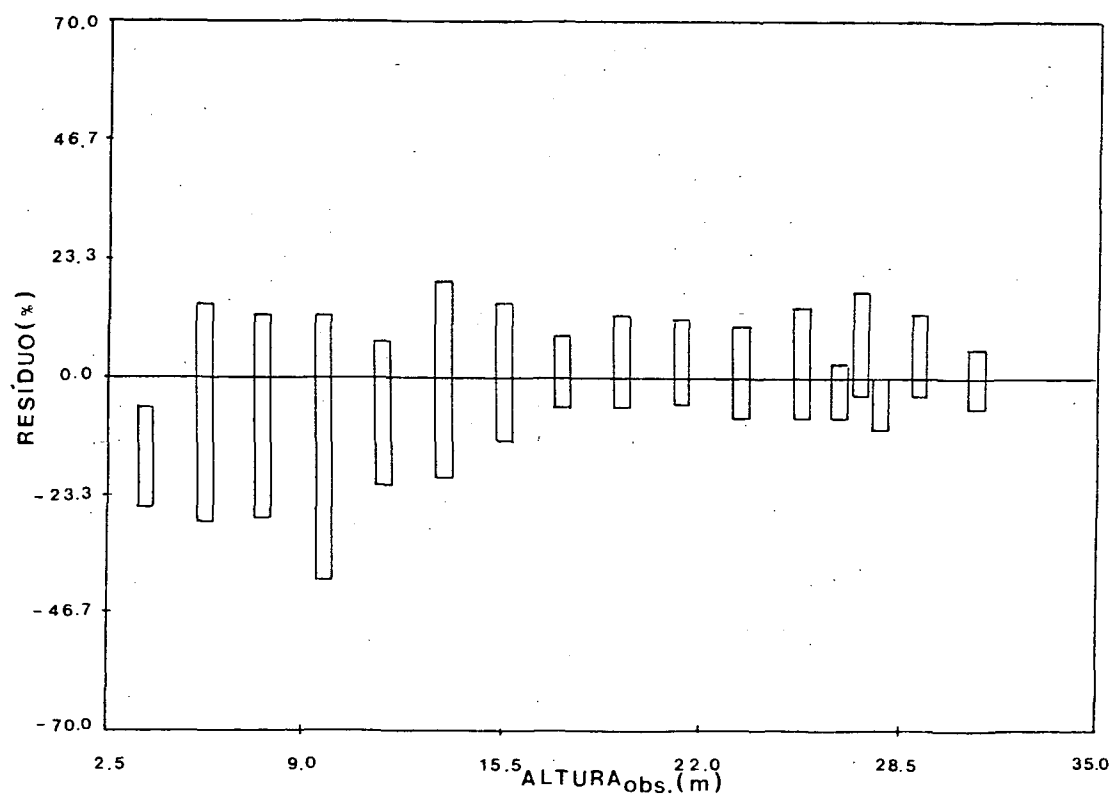


FIGURA 13 : Comportamento dos resíduos para o modelo (15).

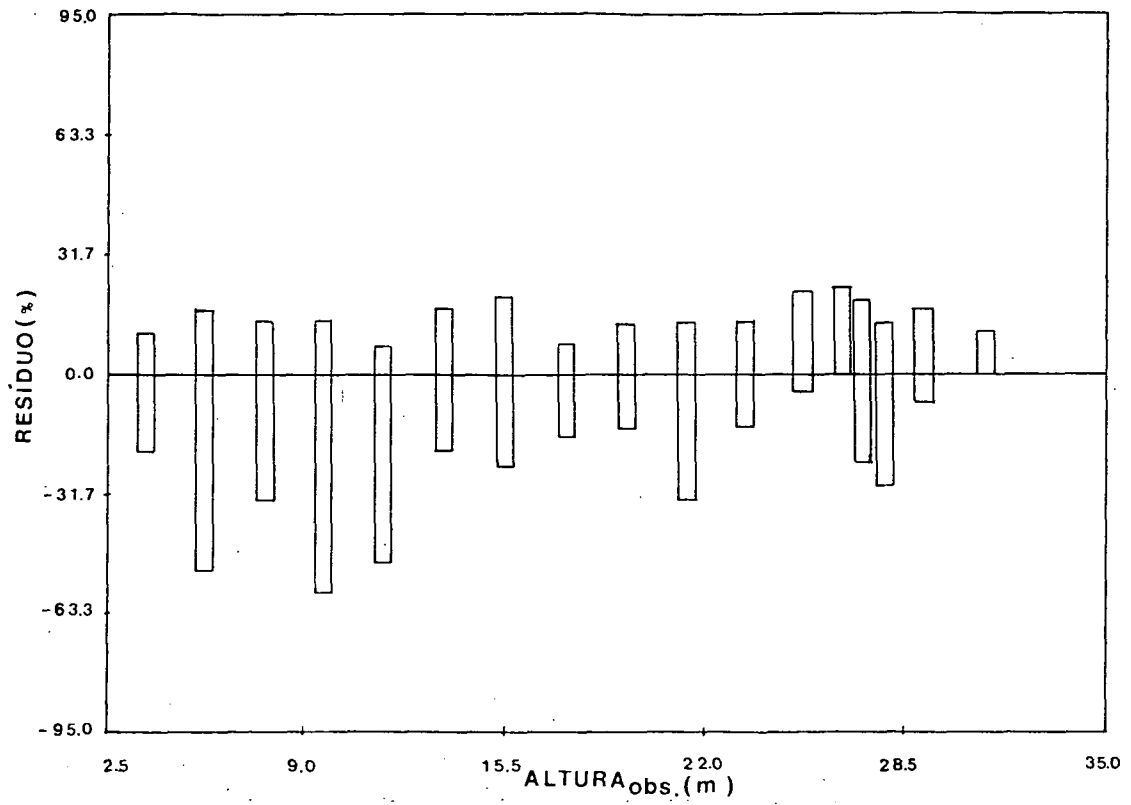


FIGURA 14 : Comportamento dos resíduos para o modelo (16).

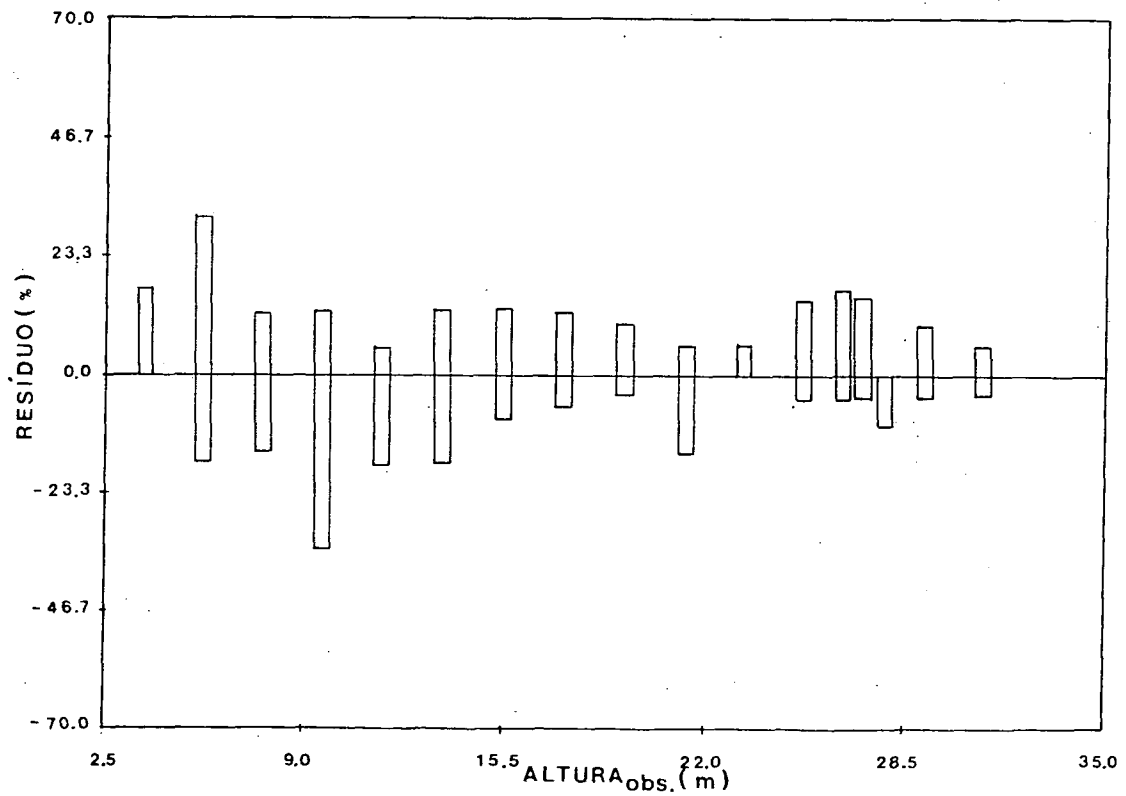


FIGURA 15.: Comportamento dos resíduos para o modelo (17).

